

5º CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS



10º pdpetro

Realização



TÍTULO DO TRABALHO:

**MODELAGEM NEWTONEANA PARA O ESCOAMENTO EM
POÇOS CILINDRICOS**

AUTORES:

Fernanda Arlene da Costa Moller
Saulo de Mesquita Diles

INSTITUIÇÃO:

Universidade Federal do Pará – Campus Salinópolis

MODELAGEM NEWTONEANA PARA O ESCOAMENTO EM POÇOS CILINDRICOS

Abstract

Oil is one of the most efficient and profitable sources of energy today. It is usually found in liquid and gaseous state and accumulates in the pores of the rocks of the underground reservoirs, its extraction is made through wells and ducts with circular cross section. The present work proposes a Newtonian model to describe the flow of viscous fluids in cylindrical wells due to a pressure difference between the well ends. The model assumes that fluid flow can be described using representative volumes that move as a rigid body. The effects of friction are incorporated into motion, first we assume that dissipation occurs only between fluid components and well walls. In this case we get a steady flow, but a Flow law that is incompatible with Poisseuille's Law. As a solution to the problem, we consider that friction occurs not only between the fluid and the well walls but also between the fluid components themselves and due to the cylindrical symmetry we should take as representative volumes concentric cylindrical shells. The laminar motion regime is obtained from this configuration when we take the limit at which the thickness of the cylindrical shell is nullified. In this case, the fluid flows at steady state with a constant velocity that changes with the distance from the blade to the well symmetry axis. This result describes the reality of motion efficiently, as the total flow that emerges from the well satisfies Poisseuille's Law for the flow of viscous fluids into cylindrical tubes. The Poisseuille Law is an experimental law that states that the flow in an R-ray tube must be proportional to R^4 , this law was used to describe blood flow in veins and arteries and can be demonstrated using Navier's equations. - Stokes. In this work we obtain Poisseuille's Law from a Newtonian model that takes into account the cylindrical geometry of the well.

Introdução

Motivado pelo fenômeno de poços de petróleo emergentes nos propomos a construir um modelo simplificado de caráter mecanicista capaz de descrever o escoamento de um fluido viscoso em um poço cilíndrico devido à um gradiente de pressão estático. A construção do modelo é feita considerando as mais simples hipóteses sobre o movimento do fluido e então calculando-se observáveis de modo que as hipóteses consideradas possam ser postas à prova. Esse trabalho apresenta desenvolvimento na área de física, matemática e engenharia de poço aplicada no escoamento de petróleo em poços verticais. Na indústria do petróleo o tema é de extrema importância na área de produção, pois a partir da descrição do movimento do fluido é possível prever a causa de possíveis danos causados durante a operação.

Metodologia

Partimos da hipótese principal de que um fluido que pode ser visto macroscopicamente como um meio contínuo que têm uma estrutura microscópica granular, sendo composto por um grande número de pontos materiais. Desta forma, utilizamos a mecânica Newtoniana para a descrição do movimento do fluido que se dá através do movimento de centro de massa de um subconjunto representativo dos componentes do fluido. O movimento coletivo do fluido é modelado considerando que uma determinada partição do total de partículas se move como um corpo rígido de modo que seu movimento é descrito unicamente pelo movimento de centro de massa. Vamos tratar primeiramente de um fluido ideal, sem viscosidade, e em seguida vamos modelar o efeito da viscosidade.

1 Fluido Ideal

Para fluidos ideais, não há ação de forças dissipativas, de modo que toda a dinâmica do escoamento é determinada por gradientes de pressão. No caso de um poço emergente temos um gradiente de pressão na direção vertical: $\vec{\nabla}p = -p'(z)\hat{z}$, onde $\hat{z}$ é versor unitário na direção vertical. Como partição do fluido consideramos um tronco de cilindro de altura δh e raio R . Este cilindro tem massa $\pi R^2 \delta h \rho$ e está sujeito à uma pressão que muda com a altura $P = P(z)$. Em um poço emergente temos uma pressão de poço que supera a pressão devido ao peso de uma coluna de óleo somada à pressão atmosférica, $P_{\text{poço}} > P_0 + \rho g H$, consideramos que o fundo do poço se encontra em $z = 0$ e que o poço tem uma altura total H .

Se olharmos para o poço como um todo a força total sobre a coluna de óleo neste poço será dada pelo balanço entre a diferença de pressão nas extremidades e o peso da coluna de óleo:

$$f_{\text{coluna}} = \pi R^2 (P_{\text{poço}} - P_0) - \pi R^2 H \rho_{\text{óleo}} g \quad (1)$$

Considerando a força devido à diferença de pressão é constante ao longo da direção vertical, teremos em cada tronco de cilindro de altura δh uma força resultante de

$$f_{\text{total}} = \pi R^2 \delta h \left[\left(\frac{P_{\text{poço}} - P_0}{H} - \rho_{\text{óleo}} g \right) \right] = \rho_{\text{óleo}} \pi R^2 \delta h \alpha \quad (2)$$

e naturalmente se o poço é emergente teremos $f > 0$. Se $\vec{r}_{\text{cm}}(t) = (0; 0; z(t))$ é a posição do centro de massa do cilindro, a aceleração correspondente será dada por:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \alpha \quad (3)$$

Neste caso a velocidade com que o fluido emerge será $\vec{v}(t) = \alpha t \hat{z}$ e a velocidade de escape irá depender monotonicamente da profundidade do poço:

$$v_{\text{escape}} = v(t_{\text{escape}}) = \sqrt{2\alpha H} \quad (4)$$

Esta velocidade de escape pode ser inferida de forma indireta observando-se a altura máxima alcançada pelo fluido emergente, porém mesmo sem inferir diretamente a velocidade de escape podemos confrontar o resultado deste modelo sem atrito. Consideraremos um outro observável relevante para o estudo de poços emergentes: o fluxo de óleo que emerge do poço. Consideramos este observável pois além de sua relação direta com a rentabilidade da extração de óleo, resultados experimentais bem conhecidos determinam de forma cabal que o fluxo emergente em um poço de seção circular deve ser proporcional à quarta potência do raio do poço $\Phi \propto R^4$, sendo esta a famosa Lei de Poiseuille. Para esta modelagem de escoamento sem atrito obtemos que o fluxo emergente será:

$$\Phi(R) = \oint \vec{v}_{\text{escape}} \cdot d\vec{A} = \sqrt{2\alpha H} \int_0^R r dr \int_0^{2\pi} d\theta = \sqrt{\frac{\alpha H}{2}} R^2 \quad (5)$$

2 Efeitos Dissipativos

Gostaríamos de modelar o efeito das forças dissipativas que geram uma resistência ao escoamento do fluido. A proposta deste trabalho é incorporar gradativamente os aspectos fenomenológicos no modelo, assim para modelar um fluido com atrito partimos das mesmas hipóteses utilizadas para o escoamento sem dissipação e consideramos em um primeiro momento que a dissipação decorre unicamente da interação local entre o elemento de volume do fluido e as paredes do poço.

2.1 Escoamento Homogêneo

Consideramos neste ponto que o atrito desacelera o movimento do elemento de volume representativo sem deformá-lo. Desta forma, esperamos que a força de atrito sobre o tronco de volume de altura h seja da forma $f(v) = -\gamma'v$, onde $\gamma' > 0$ é uma constante dimensional que deve depender da área de contato entre o fluido e as paredes do poço, para o elemento de volume em questão será: $\gamma' = \gamma(2\pi R \delta h)$. O movimento do centro de massa do disco é parametrizado pela sua altura apenas $\vec{r}_{cm} = (0; 0; z(t))$ e temos a seguinte equação de movimento para $z(t)$:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{2\gamma}{k\rho} \frac{dz}{dt} = \frac{\alpha}{\rho} \quad (6)$$

Usando o método do fator integrante obtemos a velocidade com que o elemento de fluido emerge pelo poço:

$$\dot{z}(t) = \frac{R\alpha}{2\gamma} \left(1 - e^{\frac{-2\gamma t}{R\rho}} \right) \quad (7)$$

A velocidade de emergência é linear no raio R do poço e neste caso é limitada por cima. Como a velocidade se aproxima exponencialmente de seu valor terminal podemos assumir que a velocidade com que o óleo emerge é bem aproximada pelo seu valor terminal, e obtemos nesta modelagem que

$$v_{\text{escape}} = \frac{R\alpha}{2\gamma} \quad (8)$$

Assim, teremos um fluxo emergente dado por:

$$\Phi(R) = \frac{\alpha}{2\gamma} \int_0^R r dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\pi\alpha}{3\gamma} R^3 \quad (9)$$

2.2 Escoamento Laminar

Vamos então fazer um novo refinamento deste modelo introduzindo o atrito entre as diferentes partes do fluido. Para tal, consideramos as simetrias do sistema como principal guia para fixar estabelecer neste novo cenário as frações do fluido que ao longo do escoamento se movem em conjunto como corpo rígido, ou seja, se movem sem sofrer deformações. O poço em questão é bem aproximado por um cilindro longo, onde a profundidade h_0 do poço é muito maior que seu raio R . Portanto é razoável assumir que o sistema possui simetria cilíndrica. A simetria cilíndrica significa que temos uma simetria

de translação na direção vertical assim como uma simetria de rotação em torno do eixo central. A simetria de translação na direção vertical decorre do fato de que na presença do atrito o sistema atinge um regime estacionário depois de decorrido tempo suficiente. No caso do poço emergente o regime estacionário é atingido na parte mais profunda do poço, onde o fluido emergente atinge a velocidade terminal que se manterá constante durante todo o trajeto restante. Neste caso não só temos uma simetria de translação na direção vertical como temos também uma simetria de translação temporal, pois o sistema estará em regime estacionário. A simetria de rotação em torno do eixo vertical impõe que as camadas do fluido que se movem conjuntamente devem ser superfícies de revolução. Mas note que não temos simetria de translação radial de modo que partes do fluido que se encontram a distâncias distintas do eixo de simetria podem se mover com velocidades diferentes. Concluimos assim que as camadas do fluido serão formadas por lâminas cilíndricas concêntricas.

No regime estacionário as forças estão em equilíbrio e portanto $\vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext} + \vec{F}_{\Delta p} = \vec{0}$, resultando em:

$$\frac{d^2v(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv(r)}{dr} = -\frac{\alpha\rho_{\text{óleo}}}{\eta} \quad (10)$$

que é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem para a função $v(r)$. O lado esquerdo desta equação pode ser escrita na forma compacta:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv(r)}{dr} \right) = -\frac{\alpha\rho_{\text{óleo}}}{\eta} \quad (11)$$

Escrevendo a equação nesta forma compacta nota-se que podemos obter o perfil de velocidades $v(r)$ fazendo uma integração direta, o que resulta em:

$$v(r) = -\frac{\alpha\rho_{\text{óleo}}}{4\eta} r^2 - A \ln r + B \quad (12)$$

onde A e B são constantes de integração a serem fixadas pelas condições de contorno. Nas paredes do poço, em $r = R$, temos a condição de Dirichlet $v(R) = 0$ enquanto que no centro do poço teremos $v'(0) = 0$. A segunda condição requer que $A = 0$, do contrário v' diverge na origem, enquanto que a primeira condição nos dá $B = \frac{\alpha\rho_{\text{óleo}}}{4\eta} R^2$ e finalmente obtemos

$$v(r) = \frac{\alpha\rho_{\text{óleo}}}{4\eta} (R^2 - r^2) \quad (13)$$

Logo, o fluxo emergente será

$$\Phi(R) = \frac{\alpha\rho_{\text{óleo}}}{4\eta} \int_0^R (R^2 - r^2) dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\alpha\rho_{\text{óleo}}}{4\eta} R^4 \quad (14)$$

Resultados e Discussão

O fluxo com que o óleo sai do poço é o parâmetro mais importante na plataforma pois é a base para cálculos de estimativa do reservatório e teste de poços mostrando assim sua relação direta com a rentabilidade da extração do óleo. A partir do modelo Newtoniano para o escoamento sem atrito em um poço emergente e com fluxo laminar obtemos uma equação que descreve o escoamento proporcional ao quadrado do raio do poço em contraste com os resultados experimentais que estabelecem a Lei de Poiseulli.

A partir de então vamos inserimos gradativamente aspectos fenomenológicos no modelo, aplicando assim o efeito da dissipação. Consideramos em um primeiro momento que a dissipação decorre unicamente da interação local entre o elemento de volume do fluido e as paredes do poço. Ao considerarmos a força de viscosidade é proporcional à área de interseção entre o fluido e as paredes do poço obtemos que velocidade de escape obtida neste modelo é linearmente proporcional ao raio do poço. O resultado obtido para a lei de fluxo todavia não está de acordo com a lei experimental, porém é notório que houve um certo avanço em relação à modelagem anterior. No modelo sem atrito foi obtido um fluxo é proporcional a R^2 , enquanto que neste modelo onde o atrito é implementado apenas entre o fluido e as paredes do poço obtemos um fluxo proporcional a R^3 . A lei experimental de Heigen-Poiseulli mostra

que para o escoamento de um fluido viscoso em um tubo circular o fluxo emergente deve ser proporcional à R^4 e desta forma o presente modelo nos traz uma descrição mais próxima da realidade do que no caso sem atrito. Entretanto, esta modelagem não descreve o comportamento observado de forma fiel e é necessário fazer refinamentos adicionais no modelo de modo a descrever corretamente o que é observado em experimentos. O desenvolvimento do modelo para a descrição do movimento onde a interação ocorre entre a parede do poço e o fluido e entre as camadas do fluido mostrou um regime de escoamento laminar que que obedece a lei de Heigen-Poiseulli.

Diante disso, o refinamento do modelo proporcionou a inserção de parâmetros realísticos e possibilitou a aplicação deste em experimentos e na simulação de dutos de óleo. Os resultados obtidos do modelo apresentam uma descrição experimental da viscosidade podendo ser aplicada em experimentos com tubos cilíndrico verticais, artérias do corpo humano, poços artesanais entre outros. Na indústria petrolífera esse modelo pode ser utilizado para determinar o raio efetivo do escoamento visto que o estas variáveis apresentam relação direta. Sendo assim este modelo pode ser aplicado para entender e descrever como a deposição de parafinas e outras camadas depositadas afetam o escoamento em um tubo de produção vertical.

Conclusões

O presente trabalho abordou de forma analítica um modelo de fluido que representa de forma simples a descrição do movimento em tubos e dutos que estão presentes na vida cotidiana ou em indústrias. O modelo trouxe uma análise evolutiva da ocorrência dos fluidos, de modo que provou-se que o regime de escoamento em camadas do fluido por lâminas cilíndricas concêntricas trouxe um resultado experimental, próximo a realidade, que é a conhecida Lei de Heigen-Poiseulli. Este modelo nos provou que o raio do tubo é sensível a lei de fluxo e que o atrito é proporcional a velocidade relativa. Esses resultados obtidos possuem aplicação em tubos de petróleo para análise e descrição do escoamento. Um exemplo claro é na deposição de parafinas, pois estas afetam o raio do poço, sendo assim visualizando o tipo de escoamento podemos determinar através deste modelo a espessura da deposição de parafina. Outros autores apresentam modelagem do escoamento de fluidos viscosos em tubos verticais por meio de simulação numérica. Vale a pena visualizar a descrição do fluido por outro viés para que assim possamos comparar e desenvolver de forma fiel a descrição do movimento do fluido.

Referências Bibliográficas

BRUNETTI, F. **Mecânica dos Fluidos**. São Paulo: Prentice Hall Brasil, 2008. 2 ed.

LANDAU, L.D & Lifshitz, E.(1978). **Física Teórica**.(Vol.1). Moscou, Rússia.

MOYSÉS,H,N. **Curso de Física Básica 2: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor**. 4a edição. Editora Edgard Blücher.2002.