

12º CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS



TÍTULO DO TRABALHO:

PROPOSIÇÃO DE UMA MATHEURÍSTICA PARA A OTIMIZAÇÃO DO PROCESSAMENTO DE CARGA EM UMA UNIDADE DE DESTILAÇÃO ATMOSFÉRICA

AUTORES:

Maria Rita Rocha Mota, Raphael Kramer

INSTITUIÇÃO:

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

PROPOSIÇÃO DE UMA MATHEURÍSTICA PARA A OTIMIZAÇÃO DO PROCESSAMENTO DE CARGA EM UMA UNIDADE DE DESTILAÇÃO ATMOSFÉRICA

Resumo

A programação da produção da indústria de óleo e gás representa um desafio complexo devido à natureza dos processos, demandando a aplicação de técnicas analíticas avançadas para a tomada de decisões eficazes, como as realizadas por meio de abordagens fundamentadas em otimização combinatória e em heurísticas, visando identificar soluções eficientes, em meio a um conjunto vasto de alternativas sujeito a diversas restrições do sistema. Neste sentido, esta pesquisa aborda o início do processo de refino do petróleo bruto, mais especificamente as atividades envolvidas no recebimento do petróleo bruto e na definição da programação de envio de carga dos tanques de armazenamento para o processamento na Unidade de Destilação Atmosférica (UDA) com o objetivo de maximizar a carga média a ser processada na UDA, considerando restrições operacionais e físico-químicas. A pesquisa caracteriza-se como um estudo de caso realizado em uma refinaria brasileira e fez uso da heurística *Relax-and-Fix* combinada com um método exato para definir a programação da produção semanal a partir da qual tem-se informações sobre os tanques que devem ser utilizados para o envio de carga, o quanto que cada tanque deve enviar e o processamento médio da UDA ao longo dos dias. Além disso, é considerado o abastecimento desses tanques e as restrições físico-químicas associadas à mistura de petróleo contida neles e por eles enviada para a UDA. Os resultados obtidos mostraram-se satisfatórios, sendo possível encontrar soluções viáveis em curto tempo computacional e apresentando um valor de carga média processada superior ao da empresa, para esse mesmo período.

Palavras-chave: Otimização, Heurística matemática, Refinaria, Programação da produção.

Abstract

The production scheduling in the oil and gas industry represents a complex challenge due to the nature of the processes, requiring the application of advanced analytical techniques for effective decision-making, such as those achieved through approaches based on combinatorial optimization and heuristics, aiming to identify efficient solutions among a vast set of alternatives subject to various system constraints. In this context, this research addresses the beginning of the crude oil refining process, specifically the activities involved in receiving the crude oil and defining the scheduling of feed shipments from storage tanks to the processing in the Crude oil Distillation Unit (CDU) with the goal of maximizing the average feed to be processed in the CDU, considering operational and physicochemical constraints. The research is characterized as a case study conducted in a Brazilian refinery and utilized the Relax-and-Fix heuristic combined with an exact method to define the weekly production schedule, providing information on the tanks to be used for feed shipment, the amount each tank should send, and the average processing in the CDU over the days. Additionally, the supply of these tanks and the physicochemical constraints associated with the crude oil mixture contained in them and sent to the CDU are considered. The obtained results were satisfactory, making it possible to find viable solutions in a short computational time and presenting an average processed feed value higher than that of the company, for the same period.

Keywords: Optimization, Matheuristic, Refinery, Production scheduling.

Introdução

O refino do petróleo envolve processos de separação, conversão, tratamento e alguns outros processos auxiliares que, juntos, são responsáveis por transformar o óleo cru (de baixa usabilidade) em derivados com as mais variadas aplicações e de elevado valor agregado. Os processos de separação são de natureza física, ou seja, os agentes responsáveis por essas operações são físicos (*e.g.* temperatura, pressão, solubilidade) e, como exemplo desse grupo de processos, tem-se os mais variados tipos de destilação, como a destilação atmosférica (Coelho *et al.*, 2015).

A Unidade de Destilação Atmosférica (UDA) é responsável por fracionar a carga (mistura de petróleos) enviada pelos Tanques de Armazenamento (TA) em diferentes correntes que darão origem aos derivados, no final do processo de refino (*e.g.* naftas, querosene, GLP, óleo combustível, propano). Cada uma dessas correntes possui um fluxo próprio cujos estágios de processamento irão depender do tipo de produto a ser obtido (Coelho *et al.*, 2015).

A decisão sobre os parâmetros de funcionamento da UDA é algo definido por restrições operacionais, pelas regras de negócio da refinaria e pelas características físico-químicas dos tipos de petróleo bruto em estoque, assim como dos derivados a serem obtidos. Dessa forma, construir a programação da produção de uma refinaria é algo bastante desafiador, tendo em vista as diversas combinações possíveis entre os tipos de petróleo e o valor da carga a ser enviada para a UDA, respeitando as restrições impostas.

Diversas pesquisas, como as realizadas por Yu *et al.* (2022) e Franzoi *et al.* (2024), retratam que a construção de um cronograma de produção de uma refinaria pode ser abordada como um problema de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM). Além disso, em pesquisas como a de Seixas (2017) tem-se a busca pela otimização da produção levando em consideração a maximização da carga média processada pela UDA, minimizando o número de trocas de tanques.

Em outros trabalhos, tem-se a utilização de heurísticas aliadas ao método exato, como demonstrado por Baranwal *et al.* (2023) e de meta-heurísticas (*e.g.*, algoritmo genético) como abordado por Oliveira e Hamacher (2015), visando a otimização da produção.

Diante disso, esse trabalho possui como objetivo implementar a heurística *Relax-and-Fix* de forma combinada com um método exato em um problema de programação da produção de uma refinaria brasileira, visando otimizar o envio de carga para a UDA. Por fim, a partir dessas informações, busca-se construir um cronograma semanal de produção que informe o quanto de carga deve ser enviado dos tanques, respeitando as restrições físico-químicas e operacionais.

Metodologia

Esse trabalho é uma continuação do que foi realizado por Mota *et al.* (2024) e caracteriza-se como um estudo de caso realizado a partir de visita técnica e de reuniões com funcionários de uma refinaria para a compreensão sobre as regras de negócio e sobre o modo de ocorrência dos processos, possibilitando modelar matematicamente o cenário descrito.

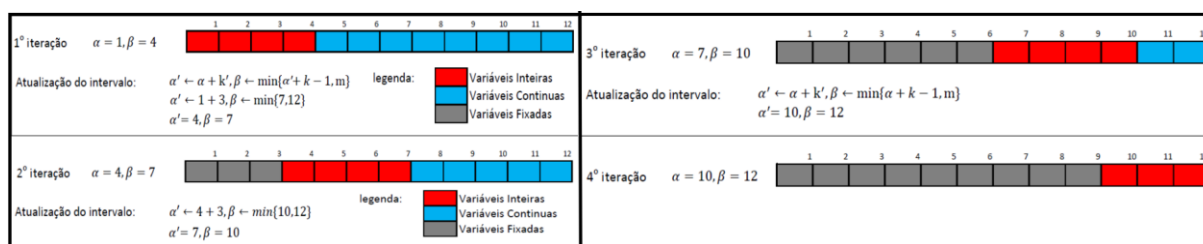
Essa pesquisa contempla desde a chegada de navios petroleiros no porto para o abastecimento dos TAs situados na refinaria até o envio da carga para o processamento na UDA. Nesse cenário, no máximo um navio pode atracar na doca do porto e enviar o petróleo bruto para, pelo menos, um dos cinco TAs

da refinaria e, quando um determinado TA é abastecido, o mesmo permanece inoperante por dois dias. A refinaria dispõe de quatro tipos de petróleo que diferem entre si com base nos valores de três propriedades: densidade, teor de nafta e concentração de enxofre. Sempre que há transferência de petróleo ($navio \rightarrow TA$, $TA \rightarrow UDA$) são realizados cálculos para atualização das propriedades descritas acima. Esses cálculos são importantes para a quantificação desses componentes na mistura contida nos TAs e que será enviada para a UDA que possui limite máximo para o teor de nafta ($2.250\text{m}^3/\text{dia}$) e para a concentração de enxofre ($4.200\text{ppm}/\text{dia}$). Além disso, a UDA deve receber, no mínimo 12.000m^3 e no máximo 16.000m^3 de carga dos TAs, por dia, e a vazão de envio foi considerada constante.

O problema apresentado foi tratado como um problema de programação matemática do tipo não linear inteira mista (PNLIM), no qual a não linearidade está nas restrições relacionadas ao cálculo da mistura para a densidade, teor de nafta e concentração de enxofre. Além disso, foi utilizada a heurística construtiva *Relax-and-Fix* (*R&F*) que decompõe o problema original em subproblemas menores, relaxando a restrição de integralidade de um subconjunto de variáveis inteiras, tornando o problema computacionalmente menos custoso. A mesma ideia pode ser aplicada para problemas de Programação Linear Inteira Mista cuja restrição de integralidade de um determinado subconjunto é relaxada, durante a execução dessa heurística. A junção de um método exato (que nesse caso foi de PNLIM) com uma heurística é chamada de matheurística.

Apolinário (2020) expõe que, durante a execução da heurística *R&F*, a decomposição do problema ocorre por meio da execução de três ações: fixar um subconjunto de variáveis, restringir um outro subconjunto a possuir valores inteiros e relaxar a restrição de integralidade das demais variáveis. A cada iteração da heurística, o subconjunto das variáveis fixadas aumenta, o subconjunto das variáveis inteiras permanece do mesmo tamanho, mas sofre mudança e o subconjunto das variáveis relaxadas reduz. Uma solução inteira é obtida quando o subconjunto das variáveis relaxadas fica vazio, finalizando a execução da heurística, como pode ser visto na Figura 1 que expõe um exemplo com quatro iterações dessa heurística, onde os blocos vermelhos simbolizam as variáveis inteiras, os cinzas as variáveis fixadas e os azuis as variáveis relaxadas. Na primeira iteração, nenhuma variável possui valor fixado e na última todas as variáveis serão do tipo inteira.

Figura 1 - Exemplo de Execução de uma heurística *Relax-and-Fix*



Fonte: adaptada de Apolinário (2020)

O funcionamento dessa heurística pode ser compreendido pelo Algoritmo 1, o qual recebe como valores de entrada o parâmetro k e o subconjunto ρ de variáveis cuja restrição de integralidade será relaxada, durante a execução desse algoritmo. O modelo relaxado foi construído e resolvido (Linhas 6 e 7). Os parâmetros α e β representam o início e fim, respectivamente, do intervalo de variáveis que

terão o domínio modificado e que se desloca k' unidades à direita (Linha 10), a cada iteração, até que $\beta = |T|$.

Algoritmo 1: Heurística <i>Relax-and-Fix</i>	
1: Input: k, ρ	
2: $k' \leftarrow k - \lfloor k/2 \rfloor$	
3: $\alpha \leftarrow 1, \beta \leftarrow \alpha + k - 1$	
4: $\rho^* \leftarrow \emptyset$	
5: enquanto <i>true</i> faça	
6: $heuristicaRF \leftarrow ConstruirModeloRF(\rho, \rho^*, \alpha, \beta)$	
7: $S, \rho^* \leftarrow Solve(heuristicaRF)$	<i>onde, $\rho^* \subseteq S$</i>
8: se $\beta = T $ então	
9: break	
10: $\alpha \leftarrow \alpha + k', \beta \leftarrow \min\{\alpha' + k - 1, T \}$	
11: retorne S ;	

O problema abordado nessa pesquisa tem como função objetivo maximizar o processamento de carga na UDA ao longo do horizonte de planejamento. As inequações utilizadas para o cálculo das misturas dos tipos de petróleo, ou seja, para a atualização do volume e das três propriedades para os Tanques de Armazenamento podem ser vistas nas Fórmulas (1)-(4). Devido à limitação de espaço desse artigo, não foi possível fornecer toda a modelagem matemática, mas a mesma pode ser consultada em Mota *et al* (2024).

$$vol_{ij}^d = vol_{ij}^{d-1} + \sum_{i=1}^{NC_{l-1}} x_{aij}^d - \sum_{k=1}^{NC_{l+1}} x_{(a+1)jk}^d, \quad (1)$$

$$dens_{ij}^d = \frac{vol_{ij}^{d-1} * dens_{ij}^{d-1} + \sum_{i=1}^{NC_{l-1}} x_{aij}^d * dens_{l-1i}^d}{vol_{ij}^d + \sum_{k=1}^{NC_{l+1}} x_{a+1jk}^d}, \quad (2)$$

$$naf_{ij}^d = \frac{naf_{ij}^{d-1} * vol_{ij}^{d-1} + \sum_{i=1}^{NC_{l-1}} x_{aij}^d * naf_{ij}^{d-1} - \sum_{k=1}^{NC_{l+1}} x_{(a+1)jk}^d * naf_{ij}^{d-1}}{vol_{ij}^d} \quad (3)$$

$$enx_{ij}^d = \frac{vol_{ij}^{d-1} * dens_{ij}^{d-1} * enx_{ij}^d + \sum_{i=1}^{NC_1} x_{aij}^d * dens_{l-1i}^d * enx_{l-1i}^d}{vol_{ij}^{d-1} * dens_{ij}^{d-1} + \sum_{i=1}^{NC_1} x_{aij}^d * dens_{l-1i}^d - \sum_{k=1}^{NC_3} x_{a+1jk}^d * dens_{l1i}^{d-1}} - \frac{\sum_{k=1}^{NC_2} x_{a+1jk}^d * dens_{ij}^{d-1} * enx_{ij}^{d-1}}{vol_{ij}^d * dens_{ij}^{d-1} + \sum_{i=1}^{NC_2} x_{aij}^d * dens_{l-1j}^d - \sum_{k=1}^{NC_3} x_{a+1jk}^d * dens_{l1i}^{d-1}}, \quad (4)$$

As Fórmulas (1)-(4) estabelecem, respectivamente o cálculo para a atualização do parâmetro volume e das propriedades densidade, teor de nafta e concentração de enxofre para os tanques de armazenamento; as duas primeiras propriedades foram calculadas de modo relativo com base no volume, enquanto que a concentração de enxofre (4), além de ser obtida de forma relativa, levou em consideração a ponderação mássica, por isso houve a necessidade de multiplicar o volume pela respectiva densidade do óleo. Em todas essas fórmulas tem-se que o valor obtido, no final de um determinado dia, é igual ao que se tinha armazenado no dia anterior, somado ao que foi recebido do estágio anterior (navio) e subtraído do que foi enviado para o estágio seguinte (UDA).

Essas mesmas fórmulas são utilizadas no cálculo das misturas para o envio de carga dos Tanques para a UDA, mas, nesse caso, considerou-se que não existe acúmulo de petróleo na UDA, então as parcelas nessas fórmulas que expressam a informação sobre o que se tinha no dia anterior assim como as parcelas do cálculo referente ao envio de corrente para o estágio seguinte são consideradas nulas.

Foram considerados 4 cenários de teste, sendo eles: a resolução do modelo de PNLIM com e sem a aplicação da heurística *R&F*, utilizando as mesmas datas e volumes de abastecimento que a empresa; e a resolução do modelo de PNLIM com e sem a aplicação da heurística *R&F* considerando outros volumes e datas de abastecimento, para fim de comparação com os resultados apresentados pela empresa.

A implementação da modelagem matemática foi realizada em linguagem de programação Julia, utilizando os pacotes JuMP, CPUTime, SCIP, DataFrames e XLSX, sendo resolvida por meio do solucionador comercial SCIP versão 8.1.0, por um tempo limite de 600s. Os experimentos computacionais foram realizados em uma máquina com processador Intel(R) Core(TM) i7-11370H 3.30 GHz com 10GB de RAM e sistema operacional Windows 11.

Resultados e Discussão

Nos experimentos computacionais, foram realizadas várias combinações envolvendo os dias de abastecimento, os tipos de petróleo e os respectivos volumes recebidos para o desenvolvimento da programação semanal. Com o intuito de comparar a eficiência da matheurística proposta frente aos resultados apresentados pela empresa e que não foram orientados por esse método, construiu-se o Quadro 1, no qual a linha “FO” refere-se ao valor da função objetivo, ou seja, corresponde ao valor da carga a ser processada pela UDA.

Quadro 1 – Comparação entre os cenários testados

	C1 – Resultado da empresa	C2 – Abastec. empresa + matheurística proposta	C3 – Abastec. empresa + PNLIM	C4 – matheurística proposta
FO	95.550 m ³	105.759,57 m ³	106.742,16 m ³	109.344,49 m ³
Dias de abastecimento e volumes	Dia 3: 24.400m³ do petróleo B no TA3; Dia 4: 77.000m³ do petróleo B no TA1 e 6.600m³ no TA4; Dia 6: 62.000m³ do petróleo J no TA4;	Dia 3: 24.400m³ do petróleo B no TA1; Dia 4: 24.096,72m³ do petróleo B no TA2, 8.844.91m³ do petróleo B no TA3, 50.658,38m³ do petróleo B no TA5; Dia 6: 62.000m³ do petróleo J no TA1	Dia 3: 23.992,73m³ do petróleo B no TA1, 407,28m³ no TA3; Dia 4: 24.423,73m³ no TA3, 59.176,28m³ no TA4; Dia 6: 62.000m³ no TA1;	Dia 2: 40.163,36m³ do petróleo B no TA1 e 9.836,64m³ no TA3; Dia 4: 35.000m³ do petróleo J no TA5;

Em “C1” tem-se os resultados da programação da empresa, sem a influência da modelagem proposta. Em “C2” foi utilizada a matheurística proposta com os mesmos volumes e dias de abastecimento que a empresa. Em “C3” foi utilizada apenas a PNLIM sem a heurística *R&F* e foram considerados os mesmos dias e volumes de abastecimento de “C1”. Por fim, em “C4” tem-se a utilização da matheurística proposta com novas datas e volumes para o abastecimento. Os resultados apresentados em “C2”, “C3” e “C4” foram obtidos considerando o mesmo tempo de execução de 600s.

É importante destacar que, em “C2”, “C3” e “C4”, as decisões sobre quais tanques seriam abastecidos, quais tanques estariam enviando carga para a UDA e o volume correspondente foram escolhas

realizadas pelo solver que verificou, dentre as possibilidades de combinações exploradas no tempo limite de 600s, quais as combinações que resultariam em um maior ganho para a função objetivo, respeitando as restrições informadas.

A partir do Quadro1, é possível observar que, em todos os cenários analisados, a utilização da PNLIM e da heurística *R&F* apresentaram resultados melhores que os da empresa e que a data de recebimento e os volumes impactam no valor a ser obtido na FO, como pode ser visto ao serem comparados “C2” e “C4”. Uma outra comparação interessante é entre os cenários “C4” e “C1” onde percebe-se que houve aumento no valor da carga a ser processada de 14,44% e que foi necessária uma quantidade bem menor de petróleo para o abastecimento. No entanto, é importante frisar que podem existir razões que fogem ao escopo desse trabalho para definição do volume utilizado para o abastecimento e que, nem sempre, maximizar a carga média a ser processada na UDA significa maximizar a lucratividade da empresa, pois existem diversos outros fatores que precisam ser levados em consideração nessa análise (e.g. preço do petróleo, questões socioambientais).

Na Figura 2, é possível visualizar a programação semanal proposta que complementa as informações apresentadas em “C4” do Quadro 1, expondo os tanques que estão enviando carga para processamento na UDA assim como as respectivas propriedades de cada um e da UDA, ao final de cada dia. Cada Tanque de Armazenamento está sinalizado com uma cor diferente e as propriedades foram sinalizadas com a mesma cor do respectivo tanque, para facilitar a identificação de qual tanque está sendo usado.

Figura 2 – Programação semanal para o processamento de carga na UDA, para o cenário “C4”

Dias do Horizonte		1	2	3	4	5	6	7
Propriedades dos tanques	Volume Inicial (m³)	57.682,00				88.525,00	79.413,50	70.301,75
	Vol. Transferido (m³)	4.156,26				9.111,50	9.111,75	9.112,00
	Densidade (kg/m³)	0,8730				0,9040	0,9040	0,9040
	% de Nafta	0,1810				0,1300	0,1300	0,1300
	Enxofre (ppm)	0,0035				0,0044	0,0044	0,0044
	Volume Final (m³)	53.525,75				79.413,50	70.301,75	61.189,75
Propriedades dos tanques	Volume Inicial (m³)	39.807,00	32.125,75	57.163,36	45.076,26	32.989,36	27.658,43	22.328,64
	Vol. Transferido (m³)	7.681,25	15.125,75	12.087,10	12.086,90	5.330,93	5.329,79	5.328,64
	Densidade (kg/m³)	0,8940	0,8940	0,8920	0,8920	0,8920	0,8920	0,8920
	% de Nafta	0,1430	0,1430	0,1530	0,1530	0,1530	0,1530	0,1530
	Enxofre (ppm)	0,0042	0,0042	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039	0,0039
	Volume Final (m³)	32.125,75	17.000,00	45.076,26	32.989,36	27.658,43	22.328,64	17.000,00
Propriedades dos tanques	Volume Inicial (m³)	80.330,00	77.185,91	76.500,73	73.311,87	80.405,64	78.848,06	77.289,60
	Vol. Transferido (m³)	3.144,09	685,18	3.188,86	3.189,10	1.557,58	1.558,47	1.559,35
	Densidade (kg/m³)	0,9110	0,9110	0,9110	0,9110	0,8850	0,8850	0,8850
	% de Nafta	0,1270	0,1270	0,1270	0,1270	0,1590	0,1590	0,1590
	Enxofre (ppm)	0,0052	0,0052	0,0052	0,0052	0,0042	0,0042	0,0042
	Volume Final (m³)	77.185,91	76.500,73	73.311,87	70.122,77	78.848,06	77.289,60	75.730,24
UDA	Vol p/ processamento	14.981,60	15.810,93	15.275,96	15.276,00	16.000,00	16.000,00	16.000,00
	% Nafta	0,150	0,142	0,147	0,147	0,141	0,141	0,141
	Nafta (m³/dia)	2.250,00	2.250,00	2.250,00	2.250,00	2.250,00	2.250,00	2.250,00
	Enxofre (ppm)	4.200,00	4.200,00	4.200,00	4.200,00	4.200,00	4.200,00	4.200,00

Legenda:

TA 1
TA 2
TA 3
TA 4
TA 5

Fonte: Autores, 2024

Nessa figura, observa-se que, ao longo de todos os dias do horizonte de planejamento, as soluções obtidas respeitam os limites impostos com relação ao volume, teor de nafta e concentração de enxofre e que estão ocorrendo poucas trocas de tanques. Além disso, por meio dessa programação foi possível obter um valor de carga a ser processada 14,44% maior do que o apresentado pela empresa, como mencionado anteriormente.

Conclusões

A programação do processamento de carga na UDA é um ponto crítico para um melhor desempenho produtivo de uma refinaria e o adequado atendimento da demanda, dessa forma, é importante que sejam realizados estudos visando a otimização desse processo e o atendimento das restrições físico-químicas e operacionais. Diante disso, o trabalho apresentado atingiu os objetivos traçados ao propor uma matheurística e utilizá-la para gerar um cronograma semanal para a programação da produção, além disso, os resultados obtidos mostraram-se satisfatórios, apresentado um ganho na eficiência de 14,44 %, frente ao resultado apresentado pela empresa.

Desse modo, tem-se que o método proposto pode auxiliar na tomada de decisões, proporcionando soluções viáveis em curto tempo computacional (600s). Ademais, a implementação da matheurística permitiu lidar de forma eficaz com a complexidade do problema, combinando a robustez de métodos exatos com a flexibilidade das heurísticas, viabilizando a geração de múltiplas alternativas de programação, auxiliando os funcionários em uma tomada de decisão mais assertiva, promovendo uma melhor eficiência nos processos da refinaria.

Por fim, em pesquisas futuras, seria interessante propor métodos para aprimorar os resultados obtidos, como a utilização da heurística de refinamento *Fix-and-Optimize* em conjunto com a *R&F*, visando potencializar a eficiência e a robustez dos cronogramas gerados.

Agradecimentos

Os autores expressam sua gratidão à empresa parceira por permitir a realização desta pesquisa, ao Programa de Formação de Recursos Humanos 38.1 (PRH 38.1) pelo suporte na realização dos trabalhos, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), sob o código de financiamento 404807/2021-6. Também agradecemos à Agência Nacional do Petróleo (ANP) pelo apoio financeiro, possibilitado pelos recursos de investimento de empresas petrolíferas qualificadas, conforme a Cláusula de PD&I da Resolução ANP nº 50/2015.

Referências Bibliográficas

APOLINÁRIO, Leonardo Andrade. **Obtenção de limitantes superiores para o problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas**. 2020. 166 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Produção, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2020.

BARANWAL, Mayank; SELUKAR, Mayur; LOTTI, Rushi; PARANJAPE, Aditya A.; MAJUMDER, Sushanta; ROCHER, Jerome. A scalable optimization framework for refinery operation and management. **Computers & Chemical Engineering**, [S.L.], v. 174, p. 108242, jun. 2023. Elsevier BV.

COELHO, Ormeu; BAHIANSE, Laura; FERREIRA FILHO, Virgílio José Martins. Programação Não Linear Inteira Mista para Planejamento de Refinarias. In: HAMACHER, Silvio; FERREIRA FILHO, Virgílio José Martins (org.). **Aplicações de Pesquisa Operacional na indústria internacional de petróleo e gás: modelagem e solução para problemas da exploração à distribuição**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. p. 203-222.

FRANZOI, Robert E.; MENEZES, Brenno C.; KELLY, Jeffrey D.; GUT, Jorge A.W.; GROSSMANN, Ignacio E.. Large-scale optimization of nonconvex MINLP refinery scheduling. **Computers & Chemical Engineering**, v. 186, p. 108678, jul. 2024. Elsevier BV.

Mota, M. R. R.; Kramer, R.; Leite, B. (2024). Proposição de um modelo de programação matemática para a otimização da produção em uma refinaria brasileira. In: Anais da Conferência **Rio Oil & Gas**. Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás, Rio de Janeiro.

OLIVEIRA, Fabricio; HAMACHER, Silvio. Programação da produção de refinarias utilizando programação matemática e algoritmos genéticos. In: HAMACHER, Silvio; FERREIRA FILHO, Virgílio José Martins (org.). **Aplicações de Pesquisa Operacional na indústria internacional de petróleo e gás: modelagem e solução para problemas da exploração à distribuição**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015. p. 239-257.

SEIXAS, Raiana Roland. **Otimização da programação da produção em refinarias para redução de perturbações em unidades de destilação**. 2017. 146 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Química, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

YU, Li; WANG, Sujing; XU, Qiang. Optimal scheduling for simultaneous refinery manufacturing and multi oil-product pipeline distribution. **Computers & Chemical Engineering**, v. 157, p. 107613, jan. 2022. Elsevier BV.