

Copyright 2004, Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás - IBP

Este Trabalho Técnico Científico foi preparado para apresentação no 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, a ser realizado no período de 2 a 5 de outubro de 2005, em Salvador. Este Trabalho Técnico Científico foi selecionado e/ou revisado pela Comissão Científica, para apresentação no Evento. O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pelo IBP. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões do Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás, Sócios e Representantes. É de conhecimento e aprovação do(s) autor(es) que este Trabalho será publicado nos Anais do 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás

ANÁLISE NÃO LINEAR DE ENRIJECEDORES À FLEXÃO

Marcelo Caire¹, Murilo A. Vaz²

^{1,2} COPPE/UFRJ, Centro de Tecnologia (Bloco I – 208), Cidade Universitária, Ilha do Fundão, Rio de Janeiro.

¹caire@peno.coppe.ufrj.br,

²murilo@peno.coppe.ufrj.br

Resumo – Enrijecedores à flexão ou *bend stiffeners* são componentes críticos em linhas flexíveis. Previnem as linhas de ultrapassar sua curvatura limite, garantindo integridade estrutural com respeito à fadiga e a cargas limites na conexão da mesma com a plataforma. São estruturas fabricadas de poliuretano apresentando uma parte inicial cilíndrica, seguida de uma parte com geometria cônica. Queda de linhas flexíveis que ocorreram recentemente na Bacia de Campos, devido a falha de enrijecedores demandam uma melhor compreensão da resposta não linear geométrica e física do sistema linha/enrijecedor quando sujeito a carregamentos reais.

Este trabalho apresenta a formulação matemática e o método de solução considerando o sistema como uma viga engastada. As seguintes considerações são levadas em conta: são consideradas pequenas deformações; a geometria varia ao longo do comprimento; o peso próprio e as forças externas são desprezados; o poliuretano é considerado com comportamento não linear assimétrico levando a uma mudança na posição do eixo neutro. A curva tensão x deformação do material foi obtida através de ensaios de tração e compressão em corpos de prova retirados de enrijecedores e os dados experimentais ajustados através de polinômios.

O sistema de quatro equações diferenciais não lineares resulta de compatibilidade geométrica, equilíbrio de forças e momentos e equações constitutivas para hiper-elasticidade. A solução numérica para o problema é obtida utilizando o método das diferenças finitas. Um estudo de caso é realizado e o modelo validado através de comparações.

Palavras-Chave: enrijecedores; linhas flexíveis; não linear.

Abstract – Bend stiffeners are critical components in many flexible riser systems. They prevent the riser overbending hence ensure the system structural integrity regarding fatigue and limit loads at the upper connection. They are usually manufactured from polyurethane showing an initial cylindrical part supported by a metallic structure followed by a conical shape. The occurrence of recent failures in bend stiffeners at Campos Basin and the consequent fall of risers during operation have stimulated a better understanding of the non-linear response of the system riser/bend stiffener.

This work presents a mathematical formulation and the method of solution considering the system as a beam bending model. The following assumptions are taken into account: small strains are considered; the shape varies along the length; the self-weight and external forces are disregarded; the polyurethane is considered non-linear asymmetric which leads to a change in the neutral axis position. The stress x strain curve was obtained by means of tension and compression tests whose specimens were cut from an actual bend stiffener and the experimental data were adjusted employing a polynomial model.

The set of four first order non-linear ordinary differential equations results from geometrical compatibility, equilibrium of forces and moments and hyperelastic constitutive relations. The numerical solution for the problem is obtained using a finite difference method. A case study was carried out and the results compared and validated.

Keywords: bend stiffeners, risers, non-linear.

1. Introdução

Enrijecedores à flexão são estruturas cônicas, geralmente com uma parte inicial cilíndrica, feitas de poliuretano e utilizadas para evitar falhas na região crítica de engaste da linha com a plataforma. A figura 1 ilustra enrijecedores conectados a uma unidade de produção (FPSO). Recentes quedas de linhas flexíveis na Bacia de Campos devido a falha de enrijecedores, vem estimulando uma melhor caracterização da resposta mecânica destes componentes e conseqüentemente um projeto mais seguro. Os principais trabalhos realizados a cerca deste tema são apresentados a seguir.

Boef e Out [1] modelam a conexão de topo da linha flexível com o *bend stiffener* como um problema de flexão pura com as seguintes considerações: - as seções sofrem grandes deslocamentos, - o problema é de flexão, - a seção transversal muda ao longo do comprimento da viga, devido ao formato cônico do *bend stiffener*. Comparam os resultados numéricos com resultados obtidos em uma análise com um modelo de elementos finitos, chegando a conclusão de que o modelo de viga esbelta pode ser aplicado de forma mais prática como ferramenta de projeto.

Lane e McNamara [2] realizam uma revisão no estado da arte em materiais, construção, instalação e projeto de enrijecedores. Comparam os resultados de um programa comercial baseado no modelo de viga esbelta descrito por Boef e Out [1] com modelos de elementos finitos em duas e três dimensões. Relatam que excelentes correlações são obtidas na comparação destes modelos validando, portanto o modelo de viga esbelta.

Meniconi e Lopes [3] avaliam experimentalmente as propriedades dinâmicas de amostras de poliuretano retiradas de um enrijecedor que apresentou falha por fadiga em operação no campo de Marlim em 1998 na monobóia IMODCO-III. Levantaram a curva tensão-deformação para carregamento monotônico e compararam com resultados de testes cíclicos para confirmar o comportamento viscoelástico do poliuretano. Verificaram também comportamento assimétrico, ou seja, respostas diferentes para o teste de tração e compressão. Levantaram a curva de fadiga $\epsilon - N$, identificando que a rugosidade das perfurações executadas nos corpos de prova alteravam significativamente os resultados do teste.

Caire *et al* [4] desenvolvem um modelo de viga para representar o sistema linha/enrijecedor considerando o poliuretano com comportamento mecânico dependente do tempo, ou seja, comportamento viscoelástico. Realizam testes de fluência para caracterizar a resposta viscoelástica, ajustando os dados experimentais por séries de Prony. Concluem que o efeito viscoelástico pode acarretar um aumento na curvatura em até 20%, para alguns casos analisados, podendo levar ao colapso da linha.

O objetivo deste trabalho é realizar a análise considerando o poliuretano com comportamento não linear assimétrico, ou seja, comportamento diferente em tração e compressão não dependente do tempo. Esta assimetria gera um deslocamento na posição do eixo-neutro, tornando necessária a aproximação por polinômios da relação não linear momento fletor x curvatura. A curva que caracteriza este comportamento assimétrico foi a mesma levantada por Meniconi [3]. Um estudo de caso é realizado utilizando a geometria utilizada no trabalho de Boef e Out [1] e os resultados comparados com uma análise linear elástica.

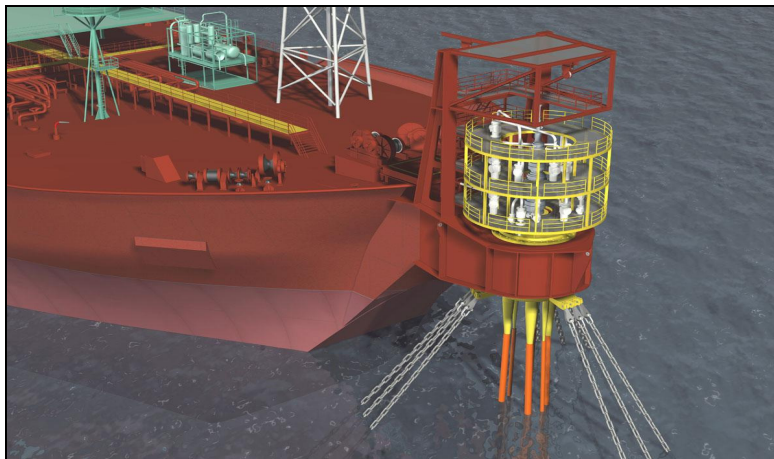


Figura 1 – Linhas/Enrijecedores em um FPSO

2. Projeto de Enrijecedores

O projeto de enrijecedores à flexão está diretamente ligado ao projeto das linhas e umbilicais flexíveis, uma vez que os resultados das análises globais e locais são utilizados para se definir forças, momentos, ângulos de topo e raio de curvatura mínimo para análise dos enrijecedores. Um típico projeto de enrijecedor segue os três passos a seguir:

- Faz-se a análise global da linha flexível sem levar em conta o enrijecedor. Nesta análise inicial utilizam-se os resultados extremos, máximo e mínimo, de tração axial, momento fletor e ângulo no ponto de conexão quando sujeitos a cargas ambientais e operacionais extremas;
- Utilizam-se os resultados do passo anterior para dimensionar o enrijecedor com carregamentos extremos, de modo que a curvatura limite da linha não seja ultrapassada;

- Faz-se novamente a análise da linha, agora considerando o dimensionamento do enrijecedor do passo anterior. Este processo iterativo continua até que se obtenha uma solução ótima para o dimensionamento do enrijecedor.

3. Formulação Matemática

O modelo para análise de enrijecedores sujeitos a grandes deslocamentos foi proposto preliminarmente por Boef e Out [1], que empregaram uma formulação para flexão pura de uma viga de seção variável, conforme apresentado esquematicamente na figura 2. O peso próprio e as forças externas não foram consideradas e o material foi assumido linear elástico como descrito anteriormente. Uma metodologia semelhante será utilizada para esta formulação, no entanto o material será assumido elástico, mas não-linear assimétrico, desta forma o eixo neutro não necessariamente coincide com o centróide de área e a relação não linear momento fletor x curvatura deve ser calculada numericamente e aproximada por um ajuste polinomial.

O sistema de equações diferenciais que regem o problema é obtido considerando a compatibilidade geométrica, as equações de equilíbrio de força e momento e as relações constitutivas do material. A figura 3 ilustra o elemento infinitesimal utilizado para obtenção do equilíbrio de forças e momentos,

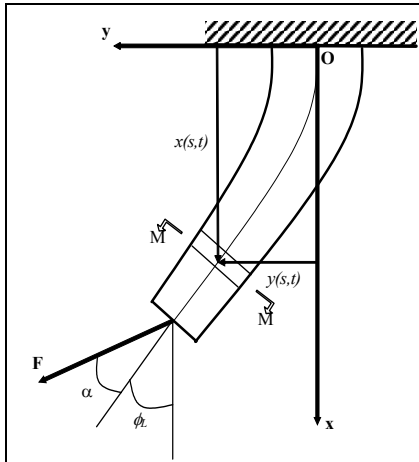


Figura 2 – Desenho Esquemático

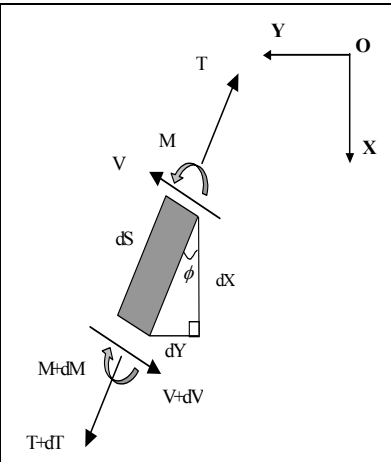


Figura 3 – Elemento Infinitesimal

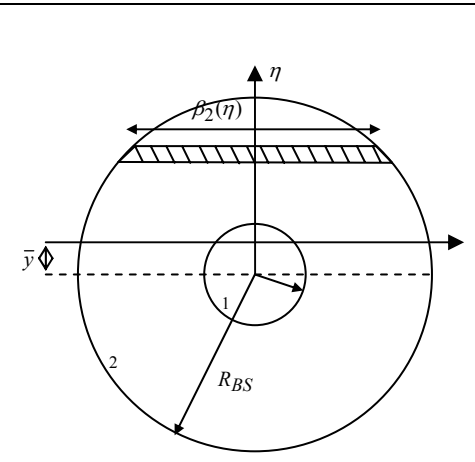


Figura 4 – Seção Transversal

Assume-se que a linha e o enrijecedor se deformam igualmente, já que não se considera folga entre estas duas estruturas. Aplicando relações trigonométricas ao elemento infinitesimal obtêm-se as seguintes relações, $dx/ds = \cos(\phi(s))$, $dy/ds = \sin(\phi(s))$, $d\phi/ds = k(s)$, onde s é o arco de comprimento, x e y são as coordenadas cartesianas, ϕ é o ângulo entre a tangente e o eixo x e k a curvatura.

Para um elemento infinitesimal do arco de comprimento, pode-se escrever as três equações de equilíbrio desconsiderando o peso distribuído e as forças externas. Desprezando termos de ordem superior obtêm-se,

$$\text{Horizontal : } \frac{d}{ds} (T \cdot \sin(\phi) - V \cdot \cos(\phi)) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Vertical : } \frac{d}{ds} (T \cdot \cos(\phi) + V \cdot \sin(\phi)) = 0 \quad (2)$$

$$\text{Momento : } \frac{dM}{ds} - V = 0 \quad (3)$$

Integrando as equações (1) e (2) e aplicando a condição de contorno, $\phi(0) = 0$, chega-se a,

$$T \cdot \cos(\phi) + V \cdot \sin(\phi) = T(0) \quad (4)$$

$$T \cdot \sin(\phi) - V \cdot \cos(\phi) = V(0) \quad (5)$$

Aplicando as condições de contorno em $s = L$, e eliminando T das equações (4) e (5) chega-se a,

$$V(s) = -F \cdot \sin(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (6)$$

A curva tensão x deformação para o poliuretano deve ser obtida experimentalmente, e em geral apresenta um comportamento assimétrico em tração e compressão, ou seja,

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (7)$$

onde $f(\varepsilon) \neq -f(-\varepsilon)$. Para o caso linear elástico a seguinte equação constitutiva se aplica, $\sigma = E\varepsilon$, onde E representa o módulo de elasticidade. Considerando-se a formulação de Bernoulli-Euler para flexão de vigas, onde seções planas se mantêm planas após flexão, a deformação ε a uma distância η da linha neutra é dada por,

$$\varepsilon = \kappa \eta \quad (8)$$

A figura 4, apresentada acima, ilustra um corte da seção transversal do sistema linha flexível (índice 1) – enrijecedor à flexão (índice 2) com o eixo neutro a uma distancia $\bar{y}$ do centróide de área. Expressando a largura da área infinitesimal da seção transversal a uma distância η do eixo neutro pela função $\beta(\eta)$, o elemento infinitesimal de área pode ser definido por: $dA = \beta(\eta).d\eta$. A função $\beta(\eta)$ é obtida para cada seção por relações trigonométricas. A excentricidade do eixo neutro, $\bar{y}$, deve ser obtida pelo equilíbrio de forças na seção transversal para cada posição, ou seja, $\int \sigma.dA = 0$. O momento fletor pode ser expresso pela seguinte relação, $M = \int \eta.\sigma.dA$. Substituindo as equações (7) e (8) nestas duas integrais, e utilizando a função $\beta(\eta)$, as seguintes relações são obtidas,

$$\int f(\varepsilon).\beta\left(\frac{\varepsilon}{k}\right).d\varepsilon = 0 \quad (9)$$

$$M = \int \left(\frac{\varepsilon.f(\varepsilon).\beta(\varepsilon/k)}{k^2} \right).d\varepsilon \quad (10)$$

Para o caso linear elástico a relação momento fletor x curvatura toma a seguinte forma, $M = EI_{BS}.k$, tornando a formulação do problema e sua solução muito mais simples quando comparada ao problema não linear. Já no modelo não linear assimétrico, o eixo neutro e o momento fletor precisam ser calculados numericamente pelas equações (9) e (10) respectivamente. Em geral a relação momento fletor x curvatura pode ser aproximada por uma série de potências ajustada pelo método dos mínimos quadrados. Para este caso, utilizou-se um polinômio de ordem três, como mostrado a seguir,

$$M(s) = A(s).k(s) + B(s).k(s)^2 + C(s).k(s)^3 \quad (11)$$

onde $A(s), B(s), C(s)$ são coeficientes ajustados para cada posição, sendo estes, novamente expressos por um ajuste polinomial de ordem três,

$$A(s) = a_0 + a_1.s + a_2.s^2 + a_3.s^3 \quad (12a)$$

$$B(s) = b_0 + b_1.s + b_2.s^2 + b_3.s^3 \quad (12b)$$

$$C(s) = c_0 + c_1.s + c_2.s^2 + c_3.s^3 \quad (12c)$$

Substituindo-se a equação (6) em (3) e usando a derivada da equação (11) com manipulações algébricas, chega-se finalmente a,

$$\frac{dk}{ds} = -\frac{1}{(A(s) + 2.B(s).k(s) + 3.C(s).k(s)^2)} \left(\frac{dA}{ds}.k(s) + \frac{dB}{ds}.k(s)^2 + \frac{dC}{ds}.k(s)^3 + F.Sen(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \right) \quad (13)$$

Substituindo-se a equação (6) em (3) e usando a derivada da relação linear momento fletor x curvatura ($M = EI_{BS}.k$) com manipulações algébricas, chega-se finalmente a,

$$\frac{dk}{ds} = -\frac{1}{EI(s)} \cdot \frac{d(EI(s))}{ds} \cdot k(s) - \frac{F}{EI(s)} \cdot Sen(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (14)$$

onde a rigidez à flexão global pode ser escrita por, $EI(s) = EI_{linha} + EI(s)_{BS}$. Utilizando as relações geométricas descritas anteriormente, a equação (13) para o caso não linear, a equação (14) para o caso linear e as seguintes condições de contorno $x(0) = y(0) = \phi(0) = \phi(L) - \phi_L = 0$, obtém-se o problema de valor de contorno que rege a

resposta do sistema linha/enrijecedor. Para o caso não linear a equação (9) deve ser integrada numericamente, permitindo a determinação da posição do eixo neutro em função da curvatura para cada posição ao longo do comprimento. Com estes resultados a relação momento fletor x curvatura pode ser calculada numericamente pela equação (10) e ajustada pela equação (11). Uma vez determinados os coeficientes $A(s)$, $B(s)$ e $C(s)$, o problema de valor de contorno pode ser finalmente resolvido.

4. Estudo de Caso

Para um estudo de caso, considerou-se um trecho de 3,2m de linha flexível com um enrijecedor à flexão de comprimento total 1.9m, tendo uma parte inicial cilíndrica com 0,2m. Os diâmetros interno, externo e a rigidez à flexão da linha são respectivamente: 0,10m, 0,18m, 10 kN.m^2 . As condições de carregamento estático imposta ao sistema são descritas por: ângulos α e ϕ_L definidos respectivamente como 0 e 45° e forças de 62,5 kN e 500 kN, como pode ser visto na tabela 1. A geometria do sistema pode ser vista na figura 5.

Tabela 1 – Condições de Carregamento

Forças	F = 62,5 – 500 kN
α	0
ϕ_L	45°

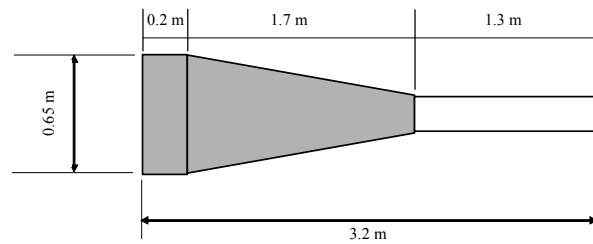


Figura 5 – Geometria do Enrijecedor

A curva tensão x deformação do material levantada experimentalmente por Meniconi [3] é apresentada na figura 6. O módulo de elasticidade utilizado no estudo de caso realizado por Boef e Out [1], também representado graficamente na figura 6, é utilizado para comparações com o modelo não linear.

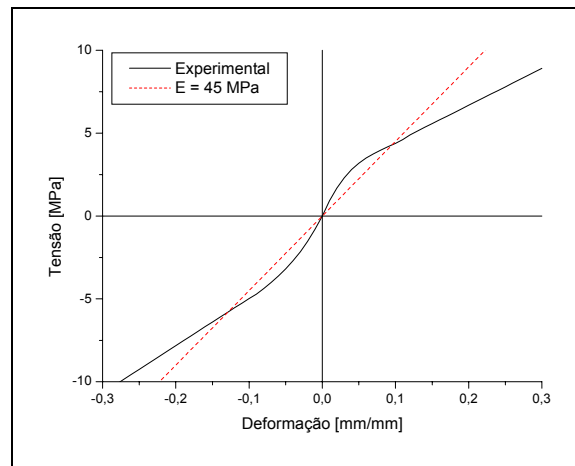


Figura 6 – Curva Tensão x Deformação

Mesmo para o caso linear elástico não é possível a obtenção de uma solução analítica explícita ou uma aproximação geral para o sistema de equações diferenciais que representa o problema de valor de contorno apresentado, somente sendo possível soluções para casos especiais, como o caso de rigidez constante (sem *bending stiffener*) ou curvatura constante. Utilizou-se, portanto, o método numérico das diferenças finitas para a resolução do problema de valor de contorno através da linguagem de programação Visual Fortran. Os resultados obtidos de distribuição de curvatura ao longo do comprimento para os casos linear elástico e não linear elástico assimétrico podem ser vistos na figura 7. A curvatura máxima e a curvatura no engaste podem ser observadas nas tabelas 2 e 3 respectivamente.

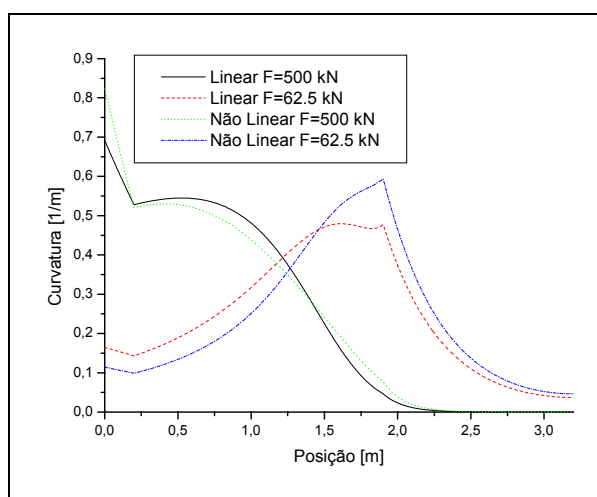


Figura 7 – Comparação Curvatura

Tabela 2 – Curvatura Máxima

F (kN)	Curvatura Máxima [1/m]	
	Linear	Não Linear
62,5	0,48	0,60
500	0,69	0,82

Tabela 3 – Curvatura no Engaste

F (kN)	Curvatura no Engaste [1/m]	
	Linear	Não Linear
62,5	0,16	0,11
500	0,69	0,82

Pode-se observar que para o carregamento de 62,5 kN, o resultado da curvatura para o caso não linear apresenta um aumento percentual relativo de 25% em relação ao linear. Para a força aplicada de 500 kN, a diferença é de aproximadamente 19%. A curvatura no engaste apresenta um decréscimo de 31,25% para a força de 62,5 kN e um aumento percentual de 19% para o carregamento de 500 kN já que sua curvatura máxima se localiza no engaste.

5. Conclusões

A formulação matemática e o método de solução para o sistema linha flexível/enrijecedor são desenvolvidos neste trabalho. O comportamento mecânico do poliuretano é assumido assimétrico em tração-compressão levando a uma variação na posição do eixo-neutro. As equações que regem o sistema geram um sistema de quatro equações diferenciais não lineares que são resolvidos pelo método das diferenças finitas. Conclui-se que a correta caracterização da resposta do polímero que compõe o enrijecedor é importante para o projeto e análise destas estruturas, visto que em alguns casos analisados a máxima curvatura pode apresentar um aumento de até 25%, podendo desta forma ultrapassar a máxima curvatura admissível da linha flexível.

6. Agradecimentos

Os autores ficam gratos pelo suporte da Agência Nacional do Petróleo (ANP) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por este trabalho.

7. Referências

- [1] Boef, W. J. C. & Out, J. M. M.: *Analysis of a Flexible Riser Top Connection with Bend Restrictor*, Offshore Technology Conference, OTC 6436, Houston, 1990.
- [2] Lane, M., McNamara, J. F., Gibson, R. & Tyrer A.: *Bend Stiffeners for Flexible Risers*, Offshore Technology Conference, OTC 7730, Houston, 1995.
- [3] Meniconi, L. C. M. & Lopes, T. A. P.: *Fatigue Analysis of Bend Stiffeners*, OMAE2001/OFT-1215, Rio de Janeiro, 2001.
- [4] Caire, M., Vaz, M. A., Lemos, C. A. D.: *Viscoelastic Analysis of Bend Stiffeners*. OMAE2005-67321, Halkidiki, 2005.