

Copyright 2004, Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás - IBP

Este Trabalho Técnico Científico foi preparado para apresentação no 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, a ser realizado no período de 2 a 5 de outubro de 2005, em Salvador. Este Trabalho Técnico Científico foi selecionado e/ou revisado pela Comissão Científica, para apresentação no Evento. O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pelo IBP. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões do Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás, Sócios e Representantes. É de conhecimento e aprovação do(s) autor(es) que este Trabalho será publicado nos Anais do 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás

DISTRIBUIÇÃO CONJUNTA DE ALTURAS SIGNIFICATIVAS E PERÍODOS DE PICO DE ONDAS NA BACIA DE CAMPOS

Eric Oliveira Ribeiro¹, José Antônio Moreira Lima¹,
Luis Manoel Paiva Nunes¹ e Luiz Alexandre de A. Guerra¹

¹ PETROBRAS – Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo Américo M. de Mello,
Ilha do Fundão Quadra 7 s/n, Rio de Janeiro – RJ CEP 21949-900
eric_oliveira@petrobras.com.br, jamlima@petrobras.com.br,
lmanoel@petrobras.com.br e laguerra@petrobras.com.br

Resumo – Sabendo-se do caráter estocástico das ondas de gravidade geradas pelo vento, torna-se importante o conhecimento das distribuições estatísticas de suas propriedades, tais como altura significativa (H_s) e período de pico (T_p) em projetos off-shore da indústria do petróleo. A distribuição conjunta de probabilidades de H_s e T_p auxilia na definição do clima de ondas, possibilitando a interpolação destas propriedades onde existe ausência de registros e ainda permite a estimativa de H_s e T_p extremos. Um modelo de distribuição conjunta do tipo Weibull-Lognormal com parâmetros estimados pelo método dos momentos foi implementado com sucesso para os dados de onda da Bacia de Campos. Foi utilizada uma distribuição de Weibull para H_s e uma distribuição Lognormal para T_p condicionada às classes de H_s . Foram usados dados de ondas medidos na Bacia de Campos e resultados de modelos numéricos de geração de ondas. Os resultados encontrados mostram um bom ajuste tanto da distribuição de Weibull para H_s quanto da distribuição Lognormal para T_p .

Palavras-Chave: Distribuição Conjunta De Probabilidades; Altura Significativa (H_s); Período de Pico (T_p), Distribuição de Weibull, Distribuição Lognormal .

Abstract – To understand the stochastic behavior of gravity waves, it is important to evaluate the joint probability distribution of parameters such as Significant Wave Height (H_s) and Peak Period (T_p) for offshore oil industry projects. The joint probability distribution is used to characterize the wave climate, to fulfill gaps of wave measurements and to estimate extreme curves of H_s and T_p . A Weibull-Lognormal joint probability distribution model was successfully fitted to Campos Basin wave data. The Weibull distribution was applied to the H_s data and the Lognormal distribution was fitted to the T_p data. Concerning the wave data, it was used measured wave data and the results from a wave generation numerical model for Campos Basin. The results present a good fitting for both the Weibull distribution adjusted to H_s and the Lognormal distribution applied to T_p .

Keywords: Joint Probability Distribution; Significant Wave Height (H_s); Peak Period (T_p); Weibull Distribution; Lognormal Distribution.

1. Introdução

A distribuição conjunta de probabilidades de altura significativa (H_s) e período de pico (T_p) é de suma importância para o entendimento do clima de ondas de uma determinada região. Através desta metodologia, podem-se inferir valores extremos de H_s juntamente com seus respectivos T_p . Outra vantagem é a interpolação de H_s e T_p . Exemplos de aplicação prática são as análises de esforços extremos, fadiga e estabilidade de uma estrutura oceânica que requerem informações sobre o estado de mar. Nestas aplicações, os períodos T_p são tão importantes quanto as alturas H_s mais elevadas, pois dependendo do período de oscilação natural da estrutura, esta pode ser resistente a uma onda elevada, no entanto, vir a se instabilizar com uma onda de altura não muito expressiva que possua um T_p bem próximo ao seu período de oscilação natural. Portanto a análise da distribuição conjunta de probabilidades de H_s e T_p vem ao encontro da segurança e do suporte para o desenvolvimento de projetos de engenharia na indústria do petróleo.

O ajuste de distribuições bi-variadas para alturas e períodos de ondas não é assunto completamente esgotado na literatura técnico-científica, e encontra-se em constante evolução, conforme apresentado, por exemplo, em Mathisen & Bitner-Gregersen (1990) e Ferreira e Guedes Soares (2002). O trabalho apresentado neste artigo é pioneiro na aplicação de um modelo bi-variado de probabilidade para esta região do Oceano Atlântico, utilizando tanto dados medidos de ondas como dados obtidos de modelos numéricos de geração de ondas.

2. Objetivo

O objetivo deste trabalho de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) foi desenvolver um modelo de distribuição conjunta de probabilidade de alturas significativa H_s e períodos de pico T_p que se ajustasse aos dados da Bacia de Campos. Para tal, foram realizadas comparações dos resultados obtidos entre o modelo Weibull-Lognormal com estatística de extremo tradicional para H_s e os resultados obtidos com o modelo de distribuição conjunta Lognormal bi-variada.

3. Metodologia

3.1. Dados Utilizados

Com relação aos dados de ondas utilizados para a análise estatística e probabilística, foram utilizados dados medidos na Bacia de Campos e dados estimados por modelos numéricos de geração de ondas. As medições na Bacia de Campos foram realizadas através de bóias direcionais (*heave, pitch, roll*) e radar de ondas MIROS (sensoriamento remoto através de microondas). Como poucas medições direcionais estão disponíveis para a região, foi muito importante complementar os dados com resultados de uma reconstituição histórica de 11 anos do clima de ondas na Bacia de Campos através de um modelo de 3ª. geração plenamente espectral de alta resolução compatível com o modelo WAM (Wave Ocean Model). Este modelo foi descrito por Lima et al (2001), e fornece dados de boa qualidade para inferência estatística. Ao todo, os dados utilizados perfazem um total de 13 anos e meio, incluindo dados modelados e medidos. A fig. 1 indica o ponto usado da malha de alta resolução do modelo.

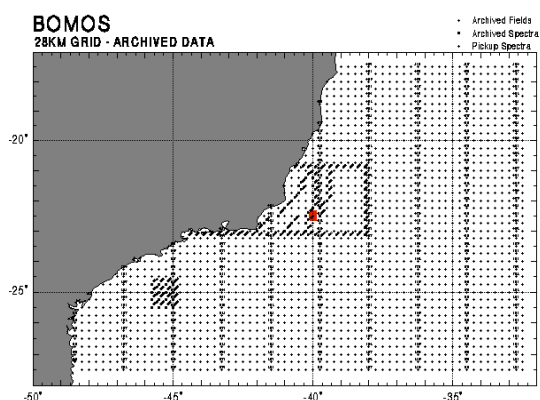


Figura 1: Malha de alta resolução do modelo utilizado para reconstituição do clima de ondas na região sudoeste do Oceano Atlântico Sul. O ponto vermelho indica a posição selecionada na Bacia de Campos.

3.1. Distribuição de Weibull

Pode-se ajustar uma distribuição de probabilidade de Weibull com três parâmetros para a distribuição marginal de alturas significativas H_s , cuja função acumulada de probabilidade é dada por:

$$F(H_s > h_s) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{h_s - H_o}{H_c - H_o}\right)^\gamma\right\} \quad (1)$$

onde: H_c é o parâmetro de escala, H_o é o parâmetro de local, e γ é o parâmetro de forma (ou inclinação). Em alguns textos de estatística e probabilidade, o denominador da expressão pode ser descrito como um único valor $\alpha = (H_c - H_o)$ conforme Brodtkorb et al. (2000), denominado parâmetro de escala, mas isto não altera os resultados da distribuição.

A função densidade de probabilidade de Weibull é dada por:

$$f_{H_s}(h_s) = \frac{\gamma}{H_c - H_o} \cdot \left(\frac{h_s - H_o}{H_c - H_o}\right)^{\gamma-1} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{h_s - H_o}{H_c - H_o}\right)^\gamma\right\} \quad (2)$$

Para garantir a independência estatística, o conjunto de dados de alturas significativas foi dividido por faixas de direção, compreendendo ondas vindo das direções N, NE, E, SE, S, SW e W-NW. Por exemplo, no conjunto de ondas vindo de SE (direção verdadeira 135°) foram selecionadas todas as ondas vindas do setor 115,5 até 157,5 graus. No caso da direção W-NW, o setor estende-se de 247,5° até 337,5°. Além disso, posteriormente, foram selecionados, para cada setor de direção, valores máximos numa janela de 5 dias, como forma de garantir que as ondas pertenciam a eventos extremos distintos.

3.2. Distribuição Conjunta de Alturas Significativas e Períodos de Pico do tipo Weibull-Lognormal

Para cálculo da distribuição conjunta de H_s e T_p será adotado um procedimento indicado em DNV (2002) e IOS (2004), no qual a distribuição conjunta é obtida pelo produto da distribuição marginal de H_s e a distribuição condicional de T_p por faixa de H_s :

$$f_{H_s, T_p}(h_s, t_p) = f_{H_s}(h_s) \cdot f_{T_p|H_s}(t_p | h_s) \quad (3)$$

O primeiro termo do lado direito $f_{H_s}(h_s)$ é dado pela distribuição marginal de Weibull fornecida pela equação (2) do item anterior. O segundo termo do lado direito é dado pela distribuição Lognormal de T_p condicionada a faixas de H_s descrita pela equação abaixo:

$$f_{T_p|H_s}(t_p | h_s) = \frac{1}{\sigma_T(h_s) \cdot t_p \cdot \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\log(t_p) - \mu_T(h_s))^2}{2 \cdot \sigma_T^2(h_s)}\right\} \quad (4)$$

onde μ_T é a média e σ_T é o desvio padrão do logaritmo neperiano dos períodos de pico para a faixa de altura significativa h_s prescrita. Os valores de μ_T e σ_T são calculados por faixa de h_s através de uma regressão usando os dados de ondas por faixa de direção da Bacia de Campos. Metodologia similar é descrita em Mathisen & Bitner-Gregersen (1990).

3.3. Distribuição Conjunta de Alturas Significativas e Períodos de Pico do tipo Lognormal bivariada

Ochi, (1978a apud Repko *et. al.*, 2001) introduziu o uso de uma distribuição Log-normal bi-variada para distribuição conjunta de H_s e T_p . A função de densidade de probabilidade pode ser escrita como:

$$f(H_s, T_p) = \frac{0,5}{H_s T_p \pi \delta_{H_s} \delta_{T_p} \sqrt{1 - \rho^2}} * \dots \exp\left\{-\frac{0,5}{1 - \rho^2} \left[\frac{(\log T_p - \lambda_{T_p})^2}{\delta_{T_p}^2} - \frac{2\rho(\log T_p - \lambda_{T_p})(\log H_s - \lambda_{H_s})}{\delta_{H_s} \delta_{T_p}} + \frac{(\log H_s - \lambda_{H_s})^2}{\delta_{H_s}^2} \right] \right\} \quad (5)$$

onde λ_{H_s} , λ_{T_p} , δ_{H_s} e δ_{T_p} são os parâmetros de local e escala das funções de densidade de probabilidade de H_s e T_p respectivamente. O parâmetro ρ é o coeficiente de correlação linear entre as duas variáveis e pode ser escrito da seguinte forma:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(\log(T_p), \log(H_s))}{\delta_{T_p} \delta_{H_s}} \quad (6)$$

3. Resultados

O teste de aderência χ^2 (qui-quadrado), utilizado para verificar a hipótese de que os dados podem ser ajustados por uma determinada distribuição, indicou um bom ajuste da distribuição de Weibull aos dados de H_s (fig. 2). O ajuste da distribuição Lognormal a distribuição de alturas não apresentou valores aceitáveis do teste de aderência χ^2 . Porém em relação aos dados de T_p a distribuição Lognormal apresentou níveis de aderência aceitáveis.

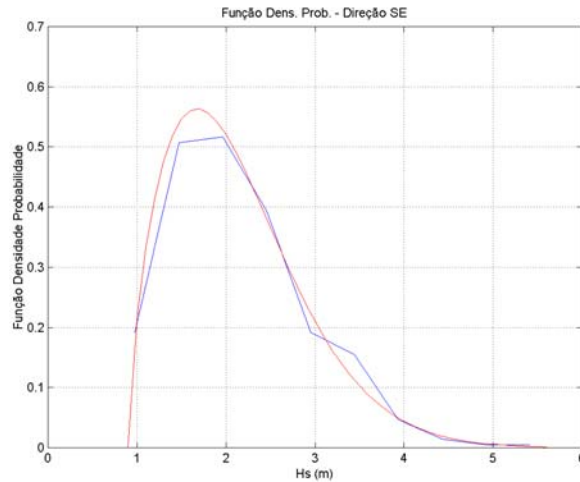


Figura 2: Densidade de probabilidade dos dados de ondas de H_s da direção SE (sudeste) (em azul) e a função densidade de probabilidade da distribuição de Weibull (em vermelho)

A comparação entre as distribuições conjuntas de Weibull- Lognormal e Lognormal bi-variada evidencia um comportamento distinto das curvas de probabilidade (fig. 3). Na distribuição Weibull- Lognormal as curvas apresentam uma inflexão mais brusca após alcançar os valores máximos de H_s , o que resulta numa redução de H_s para períodos de onda mais longos (fig.3 painel direito). Isso não se observa no comportamento das curvas Lognormal bi-variada que apresentam H_s maiores para períodos mais longos (fig.3 painel esquerdo). Além disso, na distribuição Lognormal as curvas de probabilidade se estendem para regiões de baixa ocorrência de registros de onda, como pode-se observar na fig.3, painel direito, na extensão da curva de 90%. A fig.4 indica as curvas extremas de H_s e T_p , obtidos através do ajuste Weibull-Lognormal para a direção sudeste (SE), usando um ajuste de curva pela rotina *pdfplot* do pacote WAFO, desenvolvido pela Lund University, conforme Brodtkorb et al (2000).

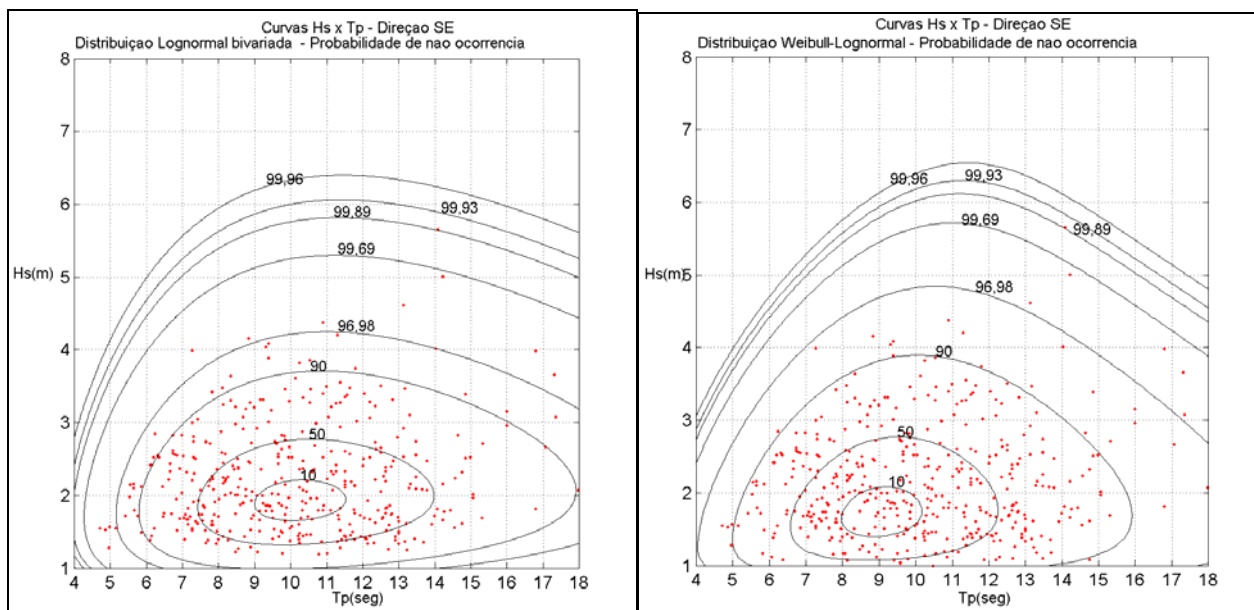


Figura 3: Curvas de distribuição de probabilidade conjunta para o setor SE (sudeste) de H_s e T_p . Distribuição Lognormal bivariada (painel esquerdo) e Weibull-Lognormal (painel direito). Os pontos em vermelho indicam os registros de onda na Bacia de Campos.

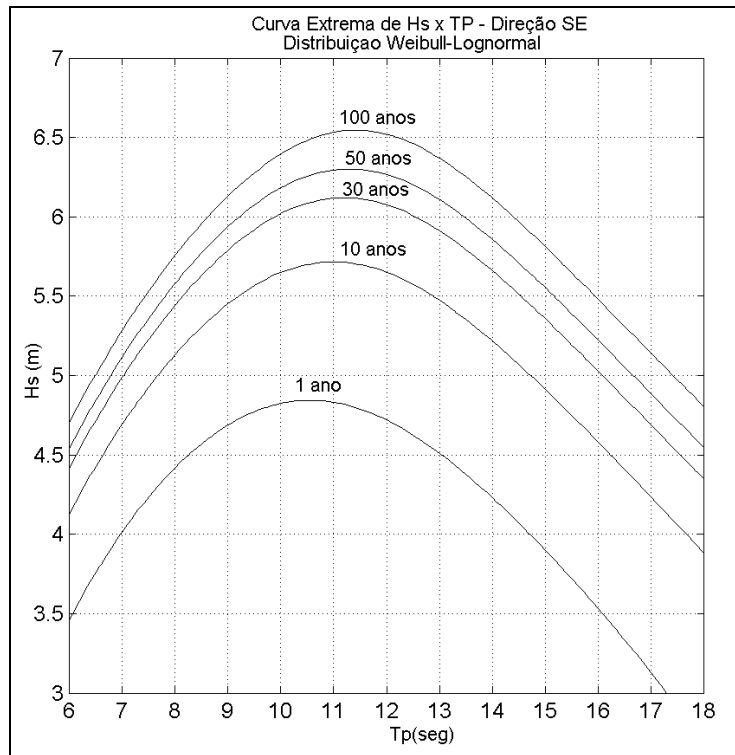


Figura 4 : Curvas extremas de H_s e T_p baseadas na distribuição conjunta de probabilidades de Weibull-Lognormal para os diferentes tempos de recorrência para o setor SE.

4. Discussão

Os resultados encontrados mostraram que a distribuição de Weibull-Lognormal se ajustou melhor aos dados do que a distribuição Lognormal bi-variada. Isso concorda com os resultados encontrados por Mathisen & Bitner-Gregersen (1990) que também encontraram o melhor ajuste para os dados de ondas da costa da Noruega através da combinação da distribuição de Weibull tri-paramétrica com a distribuição Lognormal.

Em relação aos extremos, observou-se que a distribuição Lognormal excedeu as estimativas obtidas pela estatística de extremo tradicional. Segundo Ochi (1978b) a distribuição conjunta Lognormal bi-variada não representa bem os estados de mar severos. Outra dificuldade é estimar as probabilidades conjuntas de H_s e T_p diretamente dos dados (Ochi, 1998).

4. Considerações Finais

Uma distribuição conjunta de probabilidade do tipo Weibull-Lognormal para H_s e T_p , respectivamente foi implementada com sucesso para os dados de onda da Bacia de Campos. A distribuição conjunta Lognormal bi-variada não apresentou um bom ajuste aos dados de onda, superestimando os valores extremos para longos períodos de pico. Ochi (1978b) também encontrou resultados semelhantes com dados de onda do Pacífico Norte. No caso da Bacia de Campos, é possível que as maiores alturas de onda não ocorram com os maiores períodos de onda como foi observado para todos os setores de direção. Em trabalho futuro, deverá ser implementado o método I-FORM (Inverse First-Order Reliability Method) para geração das curvas extremas de H_s versus T_p , conforme Winterstein et al (1994).

5. Agradecimentos

Agradecimentos ao Prof. Carlos Eduardo Parente que elucidou algumas dúvidas, a Renato Parkinson Martins e Wellington C. Belo pela revisão e auxílio na escrita do texto, em especial ao Prof. Carlos Guedes Soares pela bibliografia, incentivo e as discussões sobre distribuição conjunta de probabilidade e a Vália Rego pelo processamento dos resultados do modelo numérico. Agradecimentos também a gerência de Métodos Científicos CENPES/PDP/MC pelo suporte financeiro dado a divulgação deste trabalho.

8. Referências

- BRODTKORB, P. A., P. JOHANNESSON, G. LINDGREN, I. RYCHLIK, J. RYDEN AND E. SJO, 2000. WAFO – A Matlab toolbox for analysis of random waves and loads. Proceedings of ISOPE-2000-GFC-2, 8 pp.
- DET NORSKE VERITAS (DNV), 2002. State of the Art Review on Wave Description in Current Design Practice and Marine Operations. E.C. Research Project “Rogue Waves – Forecast and Impact on Marine Structures” – MAXWAVE. DNV report 2001-1491. 48 pp.
- FERREIRA, J. A. AND C. G. SOARES, 2002. Modeling Bivariate Distributions of Significant Wave Height and Mean Wave Periods. Applied Ocean Research. Vol. 24, pp. 31-45.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (IOS), 2004. *Petroleum and natural gas industries – Specific requirements for offshore structures. Part 1: Metocean design and operating considerations*. Draft International Standard ISO/DIS 19901-1. 98 pp.
- LIMA, J.A.M., CARDONE,V.J., VOGEL,M.J. AND SCOFANO,A.M., 2001, Wave and Wind Hindcast Study for Southeast Brazil, Proceedings of Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference, paper OMAE-01-5052.
- MATHISEN, J. AND E. BITNER-GREGERSEN, 1990. *Joint Distributions for Significant Wave Height and Wave zero-up-crossing Periods*. Applied Ocean Research, Vol12, No. 2.
- OCHI, M.K. 1978 a. *Wave statistics for ships and structures*. Proc. SNAME conf, 86, 47-76 New York.
- OCHI, M.K. 1978 b. *On long term statistics for ocean and coastal waves*. In *Proc 16th conf. Coastal Engng* ,1, 59-75, Hamburg.
- OCHI, M.K. (1998). *Ocean Waves The Stochastic Approach*. Cambridge University Press, 331 pp.
- REPKO, A; GELDER, P.H.A.J.M. VAN; VOORTMAN, H.G; VRIJLING, J.K. (2001). *Bivariate statistical analysis of wave climates*, In: B.L. Edge (ed.), Proceedings of the International Conference on Coastal Engineering (ICCE)
- WINTERSTEIN,S. R., UDE, T.C., CORNELL, C.A., BJERAGER, P. AND HAVER, S, 1994. *Enviromental parameters for extreme response: Inverse form with omission factors*. Structural Safety & Reliability, Schuëller, Shinozuka & Yao (eds.)