



Copyright 2004, Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás - IBP

Este Trabalho Técnico Científico foi preparado para apresentação no 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, a ser realizado no período de 2 a 5 de outubro de 2005, em Salvador. Este Trabalho Técnico Científico foi selecionado e/ou revisado pela Comissão Científica, para apresentação no Evento. O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pelo IBP. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões do Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás, Sócios e Representantes. É de conhecimento e aprovação do(s) autor(es) que este Trabalho será publicado nos Anais do 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás

VIABILIDADE DE MEDIÇÃO DE VAZÃO POR MEIO DE TERMOMETRIA

Jean F. B. Machado¹, Glauber J. Cordeiro¹, Leandro I. Miyasaki¹, Cezar O. R. Negrão¹,
Silvio L. M. Junqueira¹, Ricardo A. Mazza², Rigoberto. E. M. Morales¹

¹ Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET-PR
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais - PPGEM
Laboratório de Ciências Térmicas – LACIT
Av. Sete de Setembro 3165, CEP-80230-901, Curitiba-PR, negrao@cefetpr.br

² Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias
Departamento de Engenharia e de Florestas
Av. Pref. Lothário Meissner, 3400, CEP-80210-170 - Curitiba/PR – BRAZIL
mazza@floresta.ufpr.br

Resumo – O presente trabalho apresenta uma modelagem matemática do problema transitório da convecção-condução de calor do escoamento em tubulações. Seu objetivo é mostrar a viabilidade de medir a temperatura da superfície externa da tubulação em dois pontos e inferir a vazão do escoamento. O trabalho identifica parâmetros de influência do problema, tais como, número de Nusselt, número de Reynolds, razões entre capacidades e difusividades térmicas do fluido e do sólido. Os resultados evidenciam que a medição da temperatura do escoamento possibilitaria a determinação da vazão. Porém, a inferência da vazão a partir da temperatura do tubo é altamente dependente dos parâmetros de influência.

Palavras-Chave: medição de vazão; temperatura; modelagem matemática

Abstract – The current work presents a mathematical model of the transient conjugated convection-conduction heat transfer problem of fluid flow in tubes. The paper discusses the feasibility analysis of measuring the surface temperature of the tube at two positions. The purpose is to infer the flow rate from the temperature measurements. The work identifies the parameters, which affect the heat transfer problem, such as, Nusselt number, Reynolds number, heat capacity and thermal diffusivity ratios of fluid and solid. The results show the measurement of the flow temperature make possible the evaluation of the flow rate. However, the inference of the flow rate from the tube temperature is highly dependent of the mentioned parameters.

Keywords: flow rate measurement, temperature, mathematical modeling

1. Introdução

Técnicas não-invasivas de medição constituem uma necessidade crescente nos processos industriais. A medição de vazão merece destaque pela sua importância no controle de processos. Atualmente, existem dois princípios físicos que são mais utilizados para essa finalidade: a deformação de campos eletromagnéticos e o efeito Doppler. Medidores eletromagnéticos estão disponíveis para uma ampla faixa de diâmetros de linhas e de vazões. Entretanto, estes medidores são caros e os fluidos de trabalho devem ser condutores de eletricidade, tal como a água e o sangue. Os medidores que utilizam efeito Doppler geram uma onda com frequência bem definida e mede-se o espalhamento dessa onda pelo escoamento que está relacionado com a sua velocidade ou vazão. Para gerar as ondas usualmente são utilizados transdutores de ultra-som ou um feixe de laser. Os medidores que utilizam ultra-som só apresentam resultados confiáveis para números de Reynolds superiores a 4000 (regime turbulento) e os que utilizam feixe de laser são muito caros e portanto, não são recomendados para aplicações industriais. Desta forma, esforços para ampliar as possíveis técnicas de medições não-intrusivas de vazão são sempre bem vindas.

O presente projeto tem por objetivo mostrar a viabilidade de medir vazão de líquidos utilizando termometria. A técnica consiste em medir a variação de temperatura ao longo da superfície externa de uma tubulação após passar uma corrente de líquido quente em seu interior. Medindo a variação de temperatura em dois pontos distintos na superfície externa da tubulação, separados por uma distância conhecida, pode-se avaliar o tempo de transporte do fluido entre os pontos. A razão entre a distância e o tempo de transporte pode ser correlacionada com a velocidade ou com a vazão do fluido na tubulação. O presente trabalho apresenta uma modelagem matemática do problema físico e busca identificar em quais situações a técnica poderia ser empregada.

O estudo da transferência de calor em escoamentos em tubos ou canais com mudanças nas condições de contorno têm sido investigada por um grande número de pesquisadores, tais como Barletta e Schio (2000), Sucec (1987, 2002), Bilir (1995, 2002), Bilir e Ates (2003), Yapici e Albayrak (2004), Piva (1995), Kiwan e Al-Nimr (2002), e Khadrawi e Al-Nimr (2003). Os trabalhos tratam do problema tanto em regime permanente quanto em regime transitório, mas se preocupam somente com os escoamentos laminares.

2. Descrição do Problema

Suponha que uma mudança brusca de temperatura do escoamento de um líquido possa ocorrer no interior de um tubo. A medição de temperatura em duas posições diferentes ao longo da posição axial da tubulação deve permitir a estimativa da velocidade média do escoamento. A Figura 1 ilustra a temperatura do escoamento em duas posições em dois instantes de tempo, t_1 e t_2 . Os pontos de medição são separados por uma distância conhecida, L . Observe que a temperatura do fluido em uma certa posição altera-se quando o fluido quente alcança aquela posição. Se a diferença de tempo (Δt) necessária para alterar ambas temperaturas é conhecido, a velocidade média do escoamento pode ser estimada pela razão entre a distância e a diferença de tempo ($L/\Delta t$).

Entretanto, a proposta consiste em medir a temperatura da superfície externa da tubulação e não a temperatura do escoamento. A temperatura da superfície da tubulação não apresenta uma resposta tão imediata quanto a temperatura do escoamento. O presente trabalho busca investigar a transferência de calor conjugada em tubulações de maneira a avaliar a viabilidade do método e/ou os casos onde a técnica pode ser aplicada.

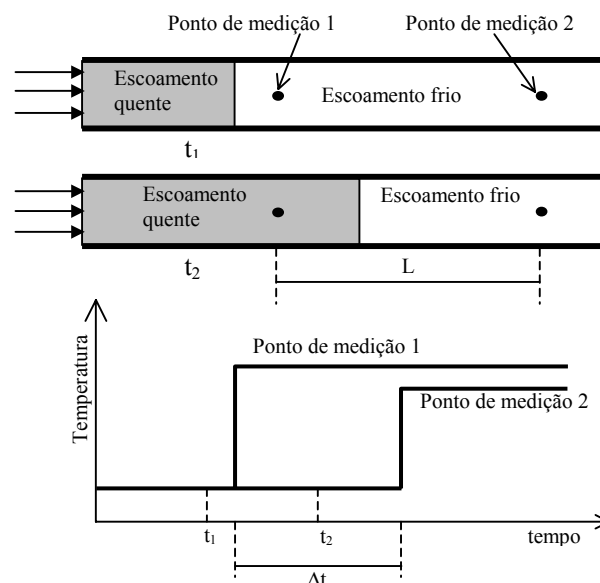


Figura 1 – Ilustração do escoamento quente-frio em dois instantes, t_1 e t_2 , em duas posições diferentes ao longo do tubo.

3. Modelagem Matemática

O problema físico compreende a convecção-condução conjugada em tubulações operando em regime transitório. Como hipóteses simplificativas admite-se que: i) o escoamento é incompressível, ii) a espessura do tubo é pequena quando comparada ao seu diâmetro e portanto, a condução radial é desprezada; iii) o escoamento é desenvolvido e unidimensional pois o interesse é na temperatura média na seção transversal; iv) o número de Peclet é muito maior que 1,0 e portanto, a difusão axial no escoamento pode ser desprezada e; v) a difusão axial no tubo é pequena quando comparada à advecção no escoamento. Os volumes de controle que representa o sólido e o escoamento estão ilustrados na Figura 2. A equação de conservação da energia para o escoamento pode então ser escrita como:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_f}{\partial \chi} + B_1(\theta_f - \theta_s) = 0 \quad (1)$$

e a conservação da energia na tubulação:

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} - B_2(\theta_f - \theta_s) + B_3\theta_s = 0 \quad (2)$$

onde, $\theta_f = \frac{T_f - T_0}{T_i - T_0}$; $\theta_s = \frac{T_s - T_0}{T_i - T_0}$; $B_1 = 4 \frac{Nu}{Re Pr}$; $B_2 = 4 \frac{Nu}{Re Pr} \beta \frac{N^2}{1 - N^2}$; $B_3 = 4 \frac{Bi}{Re Pr} \xi \frac{N^2}{1 - N^2}$; $\xi = \frac{\alpha_s}{\alpha_f}$; $\beta = \frac{\rho_f c_{pf}}{\rho_s c_{ps}}$;

$N = \frac{D_i}{D_o}$. Nu é o número de Nusselt ($Nu = h_i D_i / k_f$), Bi é o número de Biot ($Bi = h_o D_o / k_s$), Re é o número de Reynolds ($Re = UD_i / \nu$) e Pr é o número de Prandtl ($Pr = \nu_f / \alpha_f$). T é a temperatura, U é a velocidade média do escoamento, h é o coeficiente de película, D é o diâmetro da tubulação, k é a condutividade térmica, ρ é a massa específica, c_p é o calor específico, ν é a viscosidade cinemática e α é a difusividade térmica. Os índices i, o, f e s representam, respectivamente, o interior do tubo, o exterior do tubo, o fluido e o sólido. A coordenada χ é definida por χ / D_i e a coordenada τ , por tU / D_i . x e t são, respectivamente, a coordenada axial do tubo e t o tempo. A condição de contorno, T_0 , é a temperatura na entrada do tubo em qualquer instante de tempo e a condição inicial, T_i , é a temperatura no instante $t=0$ para todo o escoamento e o tubo. A temperatura ambiente é igual a T_i e se mantém constante. Vale lembrar que o número de Peclet é o produto do número de Reynolds pelo número de Prandtl do fluido.

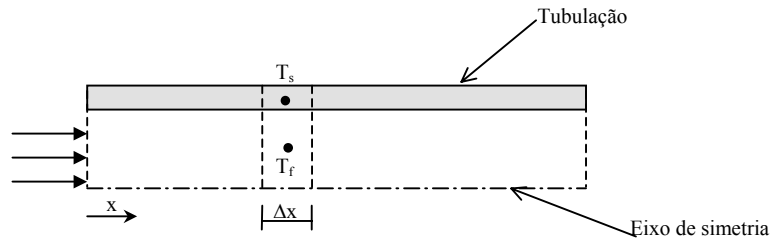


Figura 2 – Volumes de controle considerados.

4. Solução das Equações

Estas equações possuem solução analítica através da transformada de Laplace que foi apresentada por Kiwan e Al-Nimr (2002):

$$\left. \begin{aligned} \theta_f(\tau, \chi) &= e^{-B_1 \chi} \left\{ e^{-B_4(\tau - \chi)} I_0 \left[2(B_1 B_2 \chi(\tau - \chi))^{1/2} \right] + \phi \right\}, & (\tau - \chi) > 0 \\ \theta_f(\tau, \chi) &= 0, & (\tau - \chi) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_s(\tau, \chi) &= \frac{B_2}{B_4} e^{-B_1 \chi} \phi, & (\tau - \chi) > 0 \\ \theta_s(\tau, \chi) &= 0, & (\tau - \chi) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

4nde $\phi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{B_1 B_2 \chi}{B_4}\right)^k}{(k!)^2} \left[k! - e^{-B_4(\tau-\chi)} \left\{ \sum_{p=0}^k \frac{k!}{(k-p)!} (B_4(\tau-\chi))^{k-p} \right\} \right]$, $I_0(x)$ é a função de Bessel modificada de primeira espécie de ordem zero e $B_4 = B_2 + B_3$.

Vale ressaltar que esta solução é válida para elevados números de Peclet ($Pe \gg 1$), pequena espessura de parede do tubo ($N \sim 1$), elevadas razões de número de Peclet e ξ ($Pe/\xi \gg 1$) e ainda $B_3 \ll B_1$ e $B_2 \ll B_1$. Na presente análise, N será sempre maior ou igual a 0,8. Além disso, o número de Reynolds será sempre maior ou igual a 100 e o número de Prandtl será adotado como sendo igual a 6 (número de Prandtl da água). Desta forma, o número de Peclet será no mínimo igual a 600, o que satisfaz a quarta hipótese. A quinta hipótese será sempre obedecida, porém variável, conforme o caso apresentado nos resultados. Como na superfície externa do tubo, em geral, tem-se convecção natural, esta hipótese será adotada. Isto implica em números de Bi muito baixos. Em todos os casos mostrados, o número de Biot será igual a zero o que significa em $B_3=0$.

Note que a solução das Equações (3) e (4) apresenta uma descontinuidade, ou seja, a temperatura é igual a zero para valores $(\tau-\chi) < 0$ e valores maiores do que zero para $(\tau-\chi) \geq 0$. Esta descontinuidade é típica de escoamentos altamente convectivos transitórios e que favorece a técnica de medição proposta. A coincidência de τ e χ indica que a frente de calor no escoamento atingiu a posição x naquele exato momento. Em qualquer instante de tempo anterior a este, a temperatura será sempre igual a zero, tanto no escoamento quanto no tubo, na posição x .

5. Resultados

Uma simulação, onde a temperatura inicial adimensional do escoamento e da tubulação é zero e a temperatura adimensional do escoamento em $\chi=0$ é igual a 1,0, foi conduzida. A Figura 3 mostra a temperatura do escoamento nas posições $\chi=100$ ($x=100.D_i$) e $\chi=200$. As condições para este caso são $Nu=3,66$ (escoamento laminar, com temperatura prescrita), $Bi=0$, $Re=2000$, $Pr=6,0$, $N=0,95$, $\xi=120$, $\beta=1,0$. Pode-se observar que a variação abrupta de temperatura nestes dois pontos indica o exato momento em que a frente de calor chegou naquelas posições. Estes perfis de temperatura possibilitam a determinação do tempo decorrido entre as descontinuidades e portanto, pode-se inferir qual a velocidade média do escoamento.

Nota-se ainda que, durante a variação brusca, o fluido atinge uma temperatura menor que seu valor final de regime permanente. Isto ocorre devido à frente de calor ter que aquecer o tubo que está numa temperatura inferior. Ao longo do tubo, este pico de temperatura vai se reduzindo e após um certo tempo irá atingir a temperatura inicial do tubo.

A Figura 4, por sua vez, mostra a variação de temperatura da superfície do tubo para as mesmas condições. A técnica proposta baseia-se na medição desta temperatura e não da temperatura do escoamento. Observa-se agora que não há uma variação brusca e portanto, não é tão claro o início da elevação de temperatura. Além disso, as curvas tendem a se aproximarem com o passar do tempo, tendendo para o mesmo valor (Esta coincidência do valor de regime permanente ocorre porque o número de Biot é igual a zero – tubo adiabático). No entanto, o crescimento da temperatura ocorre no mesmo instante em que a frente de calor chega naquela posição, o que ainda possibilitaria a utilização da técnica. Caso este perfil de temperatura se aproxime da temperatura do escoamento, se torna mais fácil inferir a vazão.

5.1. Análise de Sensibilidade

Quanto mais rápido a resposta da temperatura do tubo, mais fácil se torna inferir a vazão. Uma análise de sensibilidade é agora conduzida mostrando como os parâmetros Re , N , χ e β influenciam neste tempo de resposta. A análise será feita somente em relação à temperatura da tubulação. Vale lembrar que para o escoamento laminar, o número de Nusselt é uma constante (neste caso $Nu=3,66$), independente do número de Reynolds. No escoamento turbulento, o número de Nusselt é dependente do número de Reynolds e neste trabalho a relação de dependência é dada pela relação de Dittus e Boelter (Incropera e Dewitt, 1992):

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,3} \quad (5)$$

As faixas de validade para esta expressão são: $Re \geq 10000$; $0,7 \leq Pr \leq 160$ e $L/D \geq 10$.

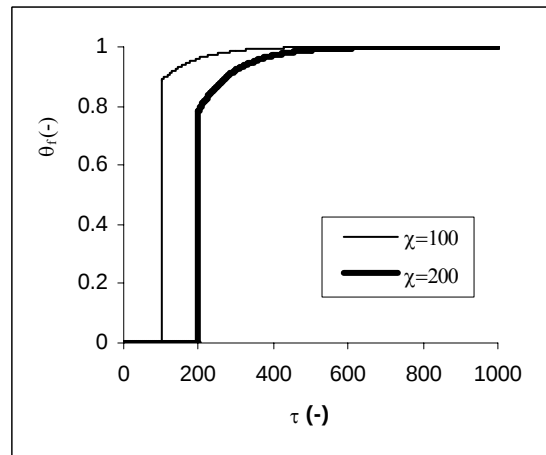


Figura 3. Temperatura do escoamento em duas posições ao longo do tubo.

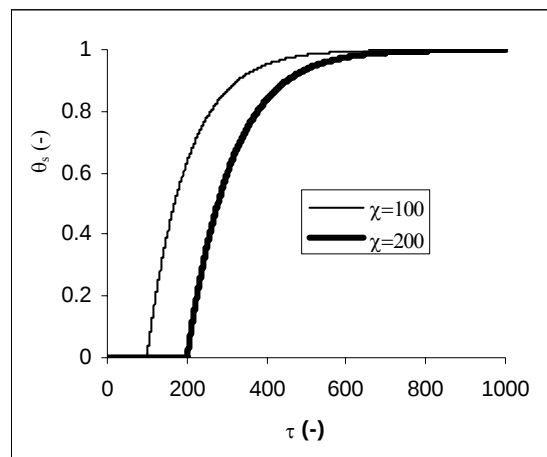


Figura 4. Temperatura do tubo em duas posições.

A Figura 5 apresenta a variação da temperatura da tubulação na posição $\chi=100$, para diferentes números de Reynolds. Nota-se que tanto para o escoamento laminar ($Re=100$ e $Re=2000$) quanto turbulento ($Re=10000$ e $Re=1000000$), o aumento do número de Reynolds provoca uma resposta mais lenta da temperatura. Além disso, a mudança do escoamento de laminar para turbulento (de $Re=2000$ para $Re=10000$) reduz o tempo de resposta da temperatura do tubo, isto porque há um aumento significativo no coeficiente de película.

A Figura 6 mostra o efeito de N na variação da temperatura na posição $\chi=100$, ao longo do tempo. Nota-se que uma redução no valor de N provoca um atraso maior na resposta da temperatura da tubulação. Isto se deve ao aumento da inércia térmica do tubo.

Na Figura 7, observa-se o efeito da razão entre as capacidades térmicas do fluido e do sólido na temperatura da tubulação. Nota-se que o aumento desta razão mostra uma resposta mais rápida da temperatura da tubulação, devido à inércia térmica do tubo ser relativamente menor.

O efeito da razão de difusividades térmicas não foi investigado, pois no caso de convecção natural ($Bi \approx 0$) esta variável não terá influência na temperatura do tubo (ver expressão para B_3).

6. Conclusões

O presente trabalho apresenta uma modelagem matemática do problema transitório da convecção-condução de calor do escoamento em tubulações. Seu objetivo é mostrar a viabilidade de medir a temperatura da superfície externa da tubulação em dois pontos e inferir a vazão do escoamento. O trabalho identifica parâmetros de influência do problema, tais como, número de Nusselt, número de Reynolds, razões entre capacidades e difusividades térmicas do fluido e do sólido. Os resultados evidenciam que a medição da temperatura do escoamento possibilitaria a determinação da vazão. Porém, a inferência da vazão a partir da temperatura do tubo é altamente dependente dos parâmetros de influência.

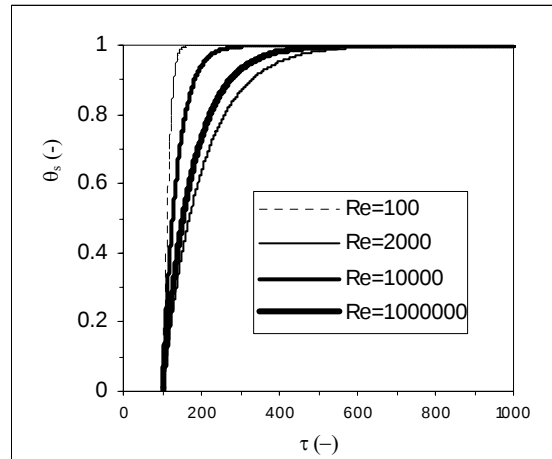


Figura 5. Efeito do número de Reynolds na variação de temperatura ($\chi=100$, $Nu=3,66$, $Bi=0$, $\xi=120$, $\beta=1,0$, $Pr=6$, $N=0,95$).

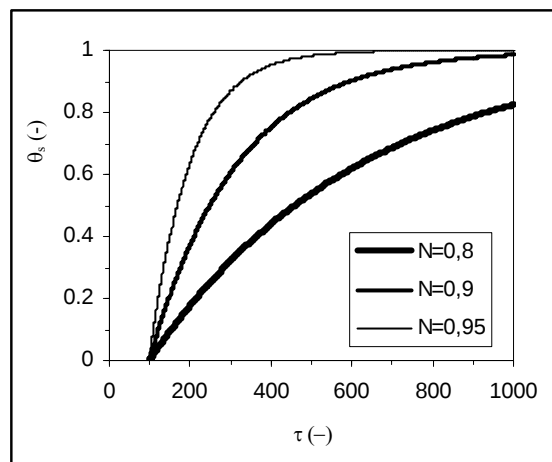


Figura 6. Efeito da Relação de diâmetros na variação de temperatura ($\chi=100$, $Re=2000$, $Nu=3,66$, $Bi=0$, $\xi=120$, $\beta=1,0$, $Pr=6$).

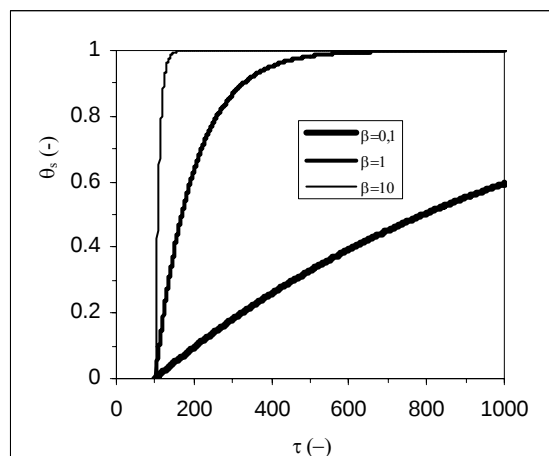


Figura 7. Efeito do parâmetro β na variação de temperatura ($\chi=100$, $Nu=3,66$, $Re=2000$, $Bi=0$, $\xi=120$, $Pr=6$, $N=0,95$).

Nota-se que se a temperatura do tubo se aproximar da temperatura do escoamento aumenta a viabilidade de se inferir a vazão. Isto acontece reduzindo o tempo de resposta da temperatura do tubo. A redução do número de Reynolds, o aumento da razão entre os diâmetros interno e externo do tubo, bem como o aumento da razão entre as capacidades

térmicas do fluido e do sólido tendem a reduzir este tempo de resposta. Além disso, no escoamento turbulento, esta temperatura tende a crescer mais rapidamente, devido ao aumento brusco do coeficiente de película.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da Fundação Araucária e da agência Nacional do Petróleo – ANP – e da financiadora de Estudos e Projetos – FINEP – por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor de Petróleo e Gás – PRH – ANP/MCT (PRH 10 – CEFET - PR).

8. Referências

- BARLETTA, A., SCHIO, E. R., Periodic forced convection with axial heat conduction in a circular duct. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, p. 2949-2960, 2000.
- BILIR, S., Laminar flow heat transfer in pipes including two-dimensional wall and fluid axial conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.38. p. 1619-1625, 1995.
- BILIR, S., Transient Conjugated Heat Transfer in Pipes Involving Two-Dimensional Wall and Axial Fluid Conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, p. 1781-1788, 2002.
- BILIR, S., ATES., A. Transient Conjugated Heat Transfer in Thick Walled Pipes with Convective Boundary Conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 46, p. 2701-2709, 2003.
- INCROPERA, F. P., DeWITT, D. P., *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*, LTC, 1992.
- KIWAN, S. M., AL-NIMR, M. A., Analytical solution for conjugated heat transfer in pipes and ducts, *Heat and Mass Transfer*, v. 38, p. 513-516, 2002.
- PIVA, S. An Analytical Approach to Fully Developed Heating of Laminar Flows in Circular Pipes. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, v. 22, p. 815-824, 1995.
- SUCEC, J., Unsteady conjugated forced convection heat transfer in a duct with convection from the ambient, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 30, p. 1963-1970, 1987.
- SUCEC, J., Unsteady forced convection with sinusoidal duct wall generation: the conjugated heat transfer problem, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, p. 1631-1642, 2002.
- YAPICI, H., ALBAYRAK, B. Numerical solutions of conjugate heat transfer and thermal stresses in a circular pipe externally heated with non-uniform heat flux. *Energy Conversion and Management*, 45, pp. 927-937, 2004.