

## UM ESQUEMA NUMÉRICO PRECISO, IMPLÍCITO E INCONDICIONALMENTE ESTÁVEL PARA O PROBLEMA DA DEPOSIÇÃO PROFUNDA.

<sup>1</sup>J. M. Silva (IMPA), <sup>2</sup>D. Marchesin (IMPA)

<sup>1</sup>22460-320 Rio de Janeiro, RJ, Brasil; jd@impa.br

<sup>2</sup>22460-320 Rio de Janeiro, RJ, Brasil; marchesin@impa.br

**RESUMO:** O processo de recuperação de petróleo atravessa diferentes etapas, ao longo da vida útil de um reservatório. Por breve fração deste tempo a pressão natural do óleo comprimido, sob as camadas superiores de rocha da crosta terrestre, é suficiente para expelir o óleo em produção. Contudo, a maior parte da produção se dá pela injeção de água no poço, para que esta force o óleo a ser expelido por outro poço. À razão entre o fluxo injetado e a pressão necessária para manter este fluxo é chamada *injetividade*. A perda de injetividade pela deposição de partículas trazidas pela água no meio poroso onde reside o óleo é chamada *dano de formação por filtração profunda*. No problema de deposição profunda típico têm-se uma taxa de deposição muito pequena e com isso torna-se imperativo na solução numérica do problema o uso de métodos implícitos precisos e incondicionalmente estáveis, para que seja possível discretizar o tempo em passos bem maiores que os intervalos espaciais, de maneira precisa. Caso contrário, uma parcela considerável do esforço computacional seria desperdiçada em cálculos cujos resultados refletiriam mínimas mudanças na solução. Para uma das variantes do modelo de filtração profunda foi desenvolvido um método implícito e incondicionalmente estável de alta precisão, o que não havia sido conseguido até então para o problema completo de filtração profunda. Nesta direção este esquema foi aplicado ao problema de fluxo incompressível em coordenadas cilíndricas, o modelo natural para simulação da injeção em campo.

*Perda de Injetividade, Filtração profunda, Equações de Convecção Reação, Estabilidade de Esquemas.*

### 1. INTRODUÇÃO.

Reservatórios de petróleo atravessam diferentes estágios de produção em sua vida útil. A recuperação primária de óleo se dá sob pressão natural do reservatório — responsável por expelir inicialmente o óleo de um poço em produção. Durante a recuperação secundária de óleo, água é injetada dentro do reservatório para empurrar o óleo através de outro poço. Esta última é empregada durante a maior parte da vida útil de um reservatório, sendo portanto responsável pela maior parte do óleo produzido, mundialmente. A eficiência de um “poço de injeção” é medida em termos de sua *injetividade*: a razão entre o fluxo injetado e a pressão necessária para manter este fluxo. O fluxo injetado é proporcional à razão de recuperação e a pressão de injeção representa custo operacional.

Poços marítimos usualmente utilizam água do mar para injeção. Esta água contém partículas suspensas, tanto minerais quanto orgânicas, além de um incontável espectro de agentes poluentes. Naturalmente, o uso desta água causa uma queda na injetividade do poço, uma vez que o meio poroso age como um filtro retendo estas impurezas. A captura de partículas suspensas dentro do meio poroso e a conseqüente perda de permeabilidade caracteriza o fenômeno conhecido como *dano de formação por filtração profunda*.

A modelagem desta perda de injetividade depende de determinação de funções empíricas, como a função de filtração que fornece a taxa de deposição de partículas por unidade de tempo. Trabalhos como (Alvarez et al., 2006) e (Bedrikovetsky et al., 2004) descrevem métodos para determinar esta função através da solução de um problema inverso. Também (Alvarez et al., 2005) faz uso da solução de um problema inverso para obter a função redução de permeabilidade. Contudo o custo de resolver problemas inversos é alto, pois trata-se da resolução de algum problema direto repetidas vezes. Isto motiva a busca por métodos diretos precisos e eficientes para o problema.

Em (Fasano et al., 1981), Fasano já observa que o problema da modelagem da filtração em meios porosos alcançou solidez. São escassos, porém, métodos numéricos de boa qualidade para modelagem de filtração.

O objetivo deste trabalho é a aplicação de um esquema numérico preciso, eficiente e estável para uma versão particular do problema de filtração, a versão proposta por Herzig (Herzig et al., 1970), em coordenadas cilíndricas. Nas escalas espaciais e temporais de interesse em filtração profunda, uma das velocidades características é zero enquanto a outra é muito grande (transporte). A simplificação proposta por Herzig *et alii* torna esta segunda velocidade característica infinita. Paradoxalmente, graças a esta simplificação foi possível desenvolver um método implícito incondicionalmente estável de alta precisão para o problema linear (Silva, 2006), o que não foi conseguido até então para o problema completo de filtração profunda.

O texto conta com uma introdução ao problema físico na seção 2, onde são apresentadas as equações do modelo contínuo. Na seção 3 discorre-se sobre esquema box para coordenadas cilíndricas. Relega-se a seção 4 os resultados de simulação com a versão radial do esquema.

## 2. MODELO CONTÍNUO UNIDIMENSIONAL.

Foi usado um modelo físico baseado em (Herzig et al., 1970), para o fenômeno chamado *dano de formação por filtração profunda*. Tais modelos tem por objetivo prever o perfil de deposição  $\sigma$  ao longo da rocha porosa. De forma semelhante o modelo prevê o perfil ocupado por partículas suspensas  $c$ .

Escreve-se a lei de conservação de massa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi c + \sigma) + \frac{\partial}{\partial x}cu = 0, \quad (2.1)$$

onde

- $\phi$  é a porosidade da rocha, a qual é suposta uniforme;
- $\sigma(x, t)$  e  $c(x, t)$  são as concentrações (massa por unidade de volume) de partículas presas nos poros da rocha e suspensas na fase líquida, respectivamente;
- $x \in U \subset \mathbb{R}$  é a posição ao longo da amostra de rocha, desde a posição de injeção;
- $t \geq 0$  é o tempo gasto desde o início da injeção;
- $u$  é a taxa de escoamento do fluxo.

A lei para a taxa de deposição de partículas é

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \Lambda(\sigma, c)u. \quad (2.2)$$

As quantidades  $\sigma$  e  $c$  tem valores entre 0 e 1. Usualmente  $c \cong 10^{-4}$ , enquanto  $\sigma$  cresce a valores da ordem de  $10^{-2}$ , i.e., exceto para tempos iniciais, têm-se que  $c$  e  $\frac{\partial c}{\partial t}$  são muito menores que  $\sigma$  e  $\frac{\partial \sigma}{\partial t}$ , respectivamente. Por causa deste fato, uma equação simplificada de conservação de massa foi proposta por Herzig *et alii* em (Herzig et al., 1970):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = 0. \quad (2.3)$$

A equação simplificada (2.3) é apropriada para nossos propósitos uma vez que, normalmente, medidas experimentais nos tempos iniciais são pouco precisas. De fato, em tempos pequenos tanto  $\sigma$  como  $c$  são tão pequenos que erros experimentais predominam nos dados medidos, considerando o atual estado da arte das técnicas de medida.

O elemento chave deste modelo é a *função de filtração*, obtida de modo empírico, denotada  $\Lambda(\sigma, c)$  e que não pode ser medida diretamente. Deste modo, e uma vez que não é possível determinar a *função de filtração* por qualquer princípio físico, as equações (2.3) e (2.2) tem natureza heurística. Uma observação importante: no

caso de  $\Lambda$  não tender rapidamente a zero, com o tempo, a equação (2.2) diz que  $\sigma$  cresce indefinidamente, em contradição à física do problema. Deste modo o modelo (2.1) e (2.2) não pode valer para tempos arbitrariamente grandes.

**2.1. Problema radial.** O maior interesse no desenvolvimento do esquema box é utilizá-lo na modelagem de problemas físicos. Nesta direção desenvolve-se o problema de fluxo incompressível em coordenadas cilíndricas, útil para o campo. Impõe-se simetria radial nas soluções, e o toma-se o domínio espacial limitado ao intervalo  $[r_i, r_e]$ .

O problema resultante pode, portanto, ser simplificado ao seguinte problema unidimensional:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \Lambda(c, \sigma)u(r) & \text{(a);} \\ \frac{\partial c}{\partial r} = -\Lambda(c, \sigma) & \text{(b).} \end{cases} \quad (2.4)$$

onde a velocidade não é mais constante. Na equação vetorial sem qualquer simetria que antecede a (2.4) têm-se módulo do vetor velocidade  $u(r)$ , na equação que correspondente a (2.4a). O módulo não foi utilizado por não será necessário para os escoamentos considerados no texto.

A incompressibilidade do fluxo impõe que:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru(r)) = 0. \quad (2.5)$$

Isto diz que:

$$u(r) = \frac{q}{2\pi r}, \quad (2.6)$$

onde  $q$  é o fluxo por unidade de altura de um cilindro de raio  $r$ . A mudança de variável  $T = 2\pi u(r)t/q$  dá (retornando à variável “ $t$ ”):

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\Lambda(c, \sigma)}{r} & \text{(a);} \\ \frac{\partial c}{\partial r} = -\Lambda(c, \sigma) & \text{(b).} \end{cases} \quad (2.7)$$

**2.2. Condições iniciais e de contorno.** Como dado inicial, supõe-se que a rocha seja desprovida de partículas depositadas:

$$t = 0: \quad \sigma \equiv 0 \quad \text{quando} \quad r \in [r_i, r_e]. \quad (2.8)$$

Escrever-se-á a concentração de partículas sólidas que entram no meio poroso como

$$c(r_i, t) = c_0(t) \geq 0, \quad c_0(t) \leq C_0, \quad (2.9)$$

onde  $C_0$  é uma constante positiva.

### 3. ESQUEMA BOX EM SIMETRIA RADIAL.

Desenvolve-se agora a discretização usada daqui em diante. Considere para o eixo  $Or$  a discretização do intervalo  $[r_i, r_e]$ , tal que para  $h > 0$  escreve-se  $\{r_m = r_i + mh, m = 0, 1, 2, \dots, M\}$ , onde

$$M = \frac{r_e - r_i}{h}. \quad (3.1)$$

Igualmente para o eixo  $Ot$  escreve-se a discretização do intervalo  $\mathbb{R}^+$ , tal que para  $k > 0$  põe-se  $\{t_n = nk, n = 0, 1, 2, \dots\}$ . Estas permitem indexar  $c(x, t)$  na notação mais simples:

$$(c)_m^n = c(r_m, t_n), \quad (3.2)$$

e analogamente para a função  $\sigma(x, t)$ :

$$(\sigma)_m^n = \sigma(r_m, t_n). \quad (3.3)$$

Então os termos  $c_m^n, \sigma_m^n$  são reservados para as funções discretas avaliadas no ponto  $(r_m, t_n)$  da grade. Usa-se ainda a notação  $(\Lambda)_m^n = \Lambda((\sigma)_m^n, (c)_m^n)$ , que nos permite reservar  $\Lambda_m^n$  para seu correspondente discreto.

Devido a natureza do sistema de EDP's, o problema numérico se reduz a composição de dois problemas distintos. O primeiro é a resolução de um par de EDO's na fronteira e o segundo a solução de fato no interior. Trata-se primeiro o interior, onde reside o real interesse para após tecer algumas considerações sobre o problema na fronteira.

**3.1. Esquema box.** Nesta seção é definido o esquema box, nosso objetivo. Mostra-se também que ele é consistente (com ordem de precisão dois no tempo e no espaço) e estável. Por questões de notação defini-se, antes disto, um operador de média em relação à variável  $z$ ,  $\mu_z$ , escrevendo:  $\mu_z v(z + \Delta z/2) = \frac{v(z) + v(z + \Delta z)}{2}$ .

**Observação 3.1.** Se  $v$  é uma função real duas vezes diferenciável o operador média assim definido é de segunda ordem.

Para o problema (2.7) propõe-se o seguinte esquema, cuja precisão é de ordem dois no tempo e no espaço, como será visto:

$$\begin{cases} (\sigma_{m+1}^{n+1} + \sigma_m^{n+1}) - (\sigma_{m+1}^n + \sigma_m^n) + \lambda \frac{(c_{m+1}^{n+1} + c_{m+1}^n) - (c_m^{n+1} + c_m^n)}{r_{m+1/2}} = 0 & (a); \\ \frac{c_{m+1}^{n+1} - c_m^{n+1}}{h} = -\frac{1}{2} [\Lambda_{m+1}^{n+1} + \Lambda_m^{n+1}] & (b). \end{cases} \quad (3.4)$$

Multiplicando (2.7b) por  $1/r$  encontra-se para seu lado esquerdo a expressão:

$$\frac{1}{r_{m+1/2}} \frac{(c)_{m+1}^n - (c)_m^n}{h} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} c \right)_{m+1/2}^n + \mathcal{O}(h^2). \quad (3.5)$$

Observe que no lado direito discretiza-se  $\Lambda/r$ :

$$\frac{1}{r_{m+1/2}} \frac{(c)_{m+1}^n - (c)_m^n}{h} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Lambda((c)_{m+1}^n, (\sigma)_{m+1}^n)}{r_{m+1}} + \frac{\Lambda((c)_m^n, (\sigma)_m^n)}{r_m} \right) + \mathcal{O}(h^2). \quad (3.6)$$

Para (2.7a) usa-se uma discretização centrada para a derivada no tempo, que dá:

$$\frac{(\sigma)_m^{n+1} - (\sigma)_m^n}{k} = \frac{1}{2r_m} [\Lambda((c)_{m+1}^{n+1}, (\sigma)_{m+1}^{n+1}) + \Lambda((c)_m^n, (\sigma)_m^n)] + \mathcal{O}(k^2). \quad (3.7)$$

Tomando a média em  $r$  de (3.7) avaliada no ponto  $m + 1/2$ , a média em  $t$  de (3.6) avaliada no ponto  $n + 1/2$  e somando, obtêm-se o resultado:

$$[(\sigma)_{m+1}^{n+1} + (\sigma)_m^{n+1}] - [(\sigma)_{m+1}^n + (\sigma)_m^n] + \lambda \frac{[(c)_{m+1}^{n+1} + (c)_{m+1}^n] - [(c)_m^{n+1} + (c)_m^n]}{r_{m+1/2}} = 0, \quad (3.8)$$

que é a discretização (3.4a). Para deduzir (3.4b), discretiza-se (2.7b) na forma:

$$\frac{(c)_{m+1}^n - (c)_m^n}{h} = -\frac{1}{2} [\Lambda_{m+1}^n + (\Lambda)_m^n] + \mathcal{O}(h^2); \quad (3.9)$$

tomando então o operador média em  $t$  da (3.9) no ponto  $n + 1/2$ .

Para resolver o esquema (3.4) propõe-se uma linearização da função de filtração:

$$\Lambda(\sigma, c) = \Lambda(0, 0) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \Lambda(0, 0) \sigma + \frac{\partial}{\partial c} \Lambda(0, 0) c + \mathcal{O}((\sigma, c)^2), \quad (3.10)$$

onde o termo de segunda ordem é desprezado.

Repare que na ausência de partículas suspensas não pode haver deposição e por isso o termo constante é zero. Fisicamente, espera-se que a deposição aumente com a presença de partículas em suspensão, o que leva a  $\beta = \frac{\partial}{\partial c} \Lambda(0, 0) > 0$ . Da mesma forma, espera-se que a deposição diminua com o entupimento do meio poroso, o que leva a escrever  $-\alpha = \frac{\partial}{\partial \sigma} \Lambda(0, 0) \leq 0$ . Será tratado apenas do caso  $\alpha > 0$ , pois o caso  $\alpha = 0$  se reduz a duas EDO's cuja solução é simples, bem como o processo de discretização para as mesmas. Com isto, basta explicitar  $c_{m+1}^{n+1}$  e  $\sigma_{m+1}^{n+1}$  e marchar a partir da fronteira, onde escreve-se:

$$A = \frac{\alpha h}{2(1 + h\beta/2)} \quad \text{e} \quad B = \frac{1 - h\beta/2}{1 + h\beta/2}, \quad (3.11)$$

para então obter:

$$\begin{cases} c_{m+1}^{n+1} = Bc_m^{n+1} + A(\sigma_{m+1}^{n+1} + \sigma_m^{n+1}) & \text{(a);} \\ \sigma_{m+1}^{n+1} = -\sigma_m^{n+1} + \frac{r_{m+1/2}}{r_{m+1/2} + \lambda A} \{ \sigma_{m+1}^n + \sigma_m^n - \lambda/r_{m+1/2} [c_{m+1}^n + (B-1)c_m^{n+1} - c_m^n] \} & \text{(b).} \end{cases} \quad (3.12)$$

**Observação 3.2.** Tal como foi definido, o esquema provém da aplicação do operador média em discretizações de segunda ordem e pela observação 3.1 segue que o esquema é de segunda ordem no tempo e no espaço.

**3.2. Condição de fronteira para o esquema box radial.** É sugerido para a fronteira a restrição do esquema, e assim usando (3.9) tem-se para o eixo  $Or$ :

$$c_{m+1}^0 = c_m^0 - h \left[ \frac{(c_{m+1}^0 + c_m^0)}{2} \right], \quad (3.13)$$

onde foi usada a (2.8). Este é um caso simples de esquema implícito estável (como esquema numérico para EDO's) de segunda ordem. Reescrevendo (3.13) obtêm-se a recorrência:

$$c_{m+1}^0 = \frac{2-h}{2+h} c_m^0, \quad (3.14)$$

onde vê-se que o esquema é desprovido de oscilação se:

$$h \leq 2. \quad (3.15)$$

Para o eixo  $Ot$  partiu-se da (3.7), obtendo:

$$\sigma_0^{n+1} = \sigma_0^n - \frac{k}{2r_0} [\beta (c_0^{n+1} + c_0^n) - \alpha (\sigma_0^{n+1} + \sigma_0^n)]; \quad (3.16)$$

que é uma discretização implícita para o eixo  $Ot$  com  $c_0^n$  dado pela (2.9) e  $r_0$  o raio interno no modelo físico. Ela é estável, novamente, pela teoria geral de aproximação numérica para EDO's, e analisando a recorrência

$$\sigma_0^{n+1} = \frac{2r_0 - \alpha k}{2r_0 + \alpha k} \sigma_0^n + \frac{\beta k}{2r_0 + \alpha k} (c_0^{n+1} + c_0^n); \quad (3.17)$$

vê-se que é desprovido de oscilações para:

$$k \leq \frac{2r_0}{\alpha}. \quad (3.18)$$

#### 4. VERIFICAÇÃO NUMÉRICA E RESULTADOS DA MODELAGEM RADIAL.

Verifica-se agora o resultado numérico de aplicabilidade do esquema box em simetria radial. Simulando o uso do esquema na região de interesse físico,  $\alpha < \beta$  obtêm-se as figuras 4.1 e 4.2 que contém os perfis de  $c$  e  $\sigma$  para malhas de 40 passos no tempo por 10 intervalos no espaço e de 200 passos no tempo por 50 intervalos no espaço. Veja que a solução não degenera com o refinamento.

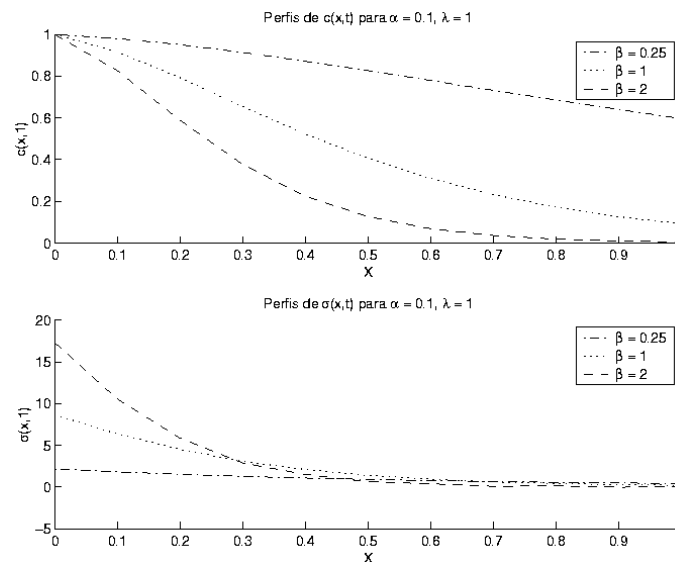


FIGURA 4.1. Box radial, com a discretização temporal de 40 passos e discretização espacial de 10 passos. Caso  $\alpha < \beta$ .

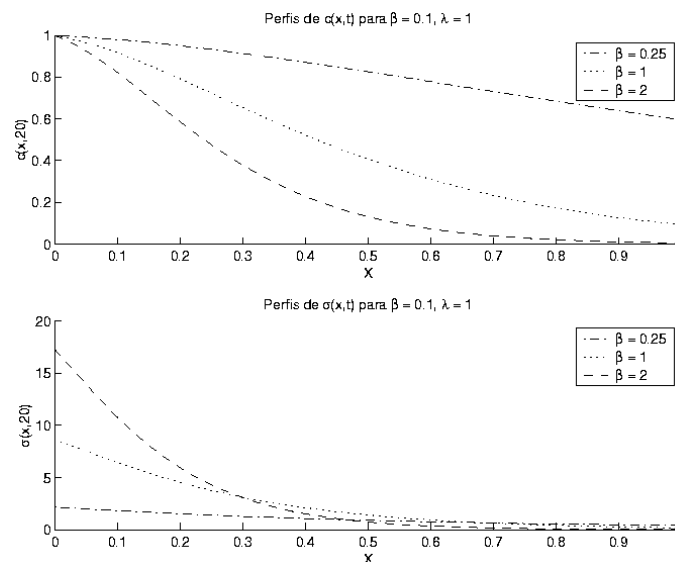


FIGURA 4.2. Box radial, com a discretização temporal de 200 passos e discretização espacial de 50 passos. Caso  $\alpha < \beta$ .

Ressalta-se com maior destaque que nas simulações o esquema box em simetria radial tem se mostrado estável. Na figura 4.3, a solução do esquema converge quando se refina a malha para uma discretização do tempo bem maior que a espacial (cinquenta vezes). Esta é uma representante de muitos testes que conduziram a resultados análogos, sugerindo evidência de ampla aplicabilidade para este método.

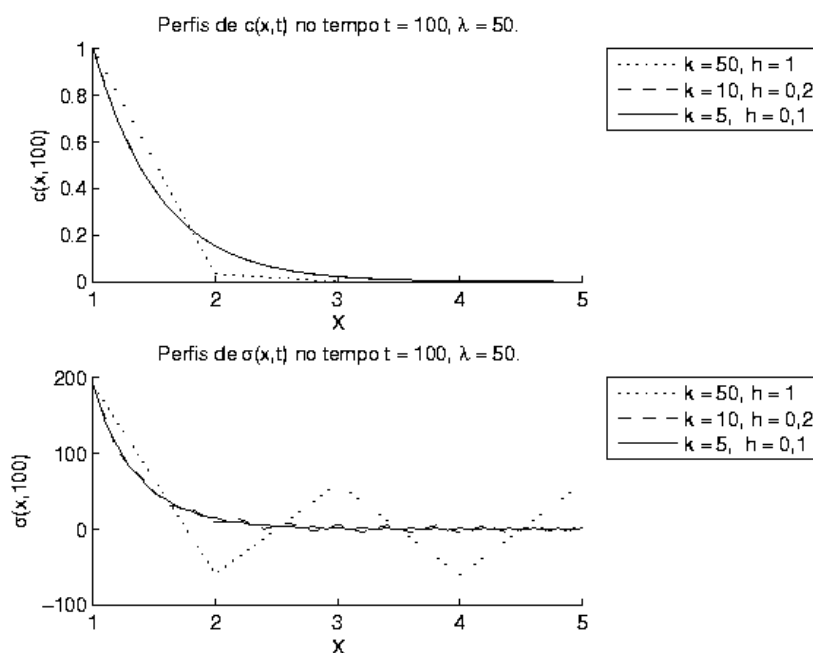


FIGURA 4.3. Caso  $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 2$ . Com o refinamento da malha nota-se convergência da solução.

## 5. CONCLUSÃO.

Aplicou-se o esquema box a um problema com simetria radial cilíndrica e foi verificado numericamente que ele fornece bons resultados para passos temporais bem maiores que os espaciais.

Pode-se afirmar que o esquema box tem se mostrado uma alternativa realmente boa para simulação da deposição profunda, sendo o primeiro esquema compacto implícito para este problema a fornecer resultados satisfatórios (Marchesin e Hime, 2006).

Contudo se as condições (3.18) e (3.15) não forem atendidas a oscilação na fronteira se propaga para o interior. Uma possível solução para este problema é o uso de algum método numérico para EDOs na fronteira que combine eficiência com uma precisão maior que aquelas das discretizações propostas na seção (3.2). Para os problemas de filtração profunda,  $\alpha$  é próximo de zero de modo que qualquer passo de tempo  $k$  razoável satisfará (3.18). Quanto a condição (3.15), ela tem sido satisfeita para as simulações feitas até agora.

## 6. NOMENCLATURA.

| Variável  | Descrição                                                | Unidade              |
|-----------|----------------------------------------------------------|----------------------|
| $\phi$    | porosidade da rocha                                      | [–]                  |
| $t$       | tempo medido desde o início da injeç ao                  | [s]                  |
| $r$       | deslocamento radial no meio poroso                       | [m]                  |
| $\sigma$  | concentração de partículas presas nos poros da rocha     | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $c$       | concentração de partículas suspensas na fase líquida     | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $c_0$     | concentração de partículas suspensas no instante inicial | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $u$       | velocidade do escoamento                                 | [m/s]                |
| $\Lambda$ | função de filtração                                      | [m <sup>-1</sup> ]   |
| $q$       | fluxo de partículas suspensas                            | [m <sup>3</sup> /s]  |
| $\alpha$  | coeficiente de retorno de partículas à suspensão         | [–]                  |
| $\beta$   | coeficiente de deposição de partículas                   | [–]                  |
| $k$       | discretização no tempo                                   | [–]                  |
| $h$       | discretização no espaço                                  | [–]                  |
| $\lambda$ | condição CFL do esquema ( $k/h$ )                        | [–]                  |

## REFERENCES

- Alvarez, A. C., Bedrikovetsky, P. G., Hime, G., Marchesin, A. O., Marchesin, D., e Rodrigues, J. R.: 2006, *A fast inverse solver for the filtration function for flow of water with particles in porous media*. Inverse Problems (22), 69
- Alvarez, A. C., Hime, G., Marchesin, D., e Bedrikovetsky, P. G.: 2005, *The inverse problem of determining the permeability reduction in flow of water with particles in porous media*, em Proceedings of the XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering CILAMCE, 2006, a aparecer em Transport in Porous Media.
- Bedrikovetsky, P. G., Marchesin, D., Hime, G., Siqueira, A. G., Rodrigues, J. R. P., A., M., e Vinicius, M.: 2004, *Inverse problems for Treatment of Laboratory Data in Injectivity Impairment*, em SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, pp 18–20
- Fasano, A., Espedal, M. S., e Mikelic, A.: 1981, *Filtration in Porous Media and Industrial Application*, em Lecture Notes in Mathematics, 1734, Springer
- Herzig, J. P., Leclerc, D. M., e Goff, P. L.: 1970, *Flow of suspensions through porous media-application to deep filtration*. Industrial and Engineering Chemistry 65(5), 8
- Marchesin, D. e Hime, G.: 2006, *A simple inverse solver for the filtration function for flow in porous media*. Comunicação privada.
- Silva, J. M.: 2006, *Esquemas numéricos para filtração em meios porosos*. Dissertação de Mestrado, Report IMPA, www.impa.br

**AN ACCURATE, IMPLICIT AND UNCONDITIONALLY STABLE NUMERICAL SCHEME  
FOR THE DEEP BED FILTRATION PROBLEM.**

**ABSTRACT:** The oil recovery process goes through different stages during the life of a reservoir. For a small fraction of this time the natural pressure of the compressed oil, under the top layers of the terrestrial crust, suffices to expel the oil under production. However during most of the time, the production is performed by the injection of water in one well, forcing the oil to be expelled at another well. The ratio between the injected flux and the required pressure to keep this flux is called *injectivity*. The loss of injectivity due to particle deposition in the porous medium is called *formation damage by deep bed filtration*. In typical problems of deep bed filtration we have a very small deposition rate and thus one is forced to use implicit unconditionally stable methods in order to increase time steps, keeping accuracy. Otherwise a considerable amount of computational time would be wasted in calculations with negligible changes in the solution. For a variant of the deep bed filtration problem we developed a new high precision implicit unconditionally stable method. Then, we applied this scheme to cylindrical incompressible flow, the natural geometry for simulation of field injection.

*Injectivity loss, Deep bed filtration, Advection-reaction equations, Scheme stability.*

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste artigo.