

Controle Preditivo Não Linear na indústria do petróleo e gás

Agustinho Plucenio (UFSC), Julio Elias Normey Rico (UFSC), Daniel J. Pagano (UFSC) e Augusto H. Bruciapaglia (UFSC)

*Universidade Federal de Santa Catarina
Caixa Postal 476, Florianópolis, SC 88040-900, Brasil
{plucenio},{julio},{daniel},{augusto}@das.ufsc.br*

Este artigo apresenta as idéias e conceitos fundamentais de um conjunto de estratégias de Controle Preditivo Baseado em Modelo (CPBM ou MPC-MODEL PREDICTIVE CONTROL) para sistemas não lineares desde uma perspectiva das aplicações industriais. Formula-se o problema de controle preditivo, discutindo primeiro o caso linear, que é sem dúvidas o mais utilizado no meio industrial, e a seguir apresenta-se um apanhado de metodologias para sistemas não lineares. Uma análise das vantagens e desvantagens destas metodologias é apresentada considerando como objetivo a aplicação no meio industrial. Na sequência se apresenta uma abordagem prática para a implementação de um MPC não linear que tem um bom compromisso entre complexidade e desempenho.

Controle e Automação, Controle Preditivo, Sistemas não-lineares .

1 Introdução

O controle preditivo baseado em modelo (MPC) é uma das técnicas de controle moderno mais potentes e provavelmente a que teve mais êxito em aplicações industriais (Takatsu, Itoh and Araki, 1998) principalmente na indústria do petróleo. As principais causas deste êxito devem-se a que as estratégias de MPC podem ser aplicadas tanto a sistemas monovariáveis como multivariáveis lineares ou não lineares, as restrições nas saídas e nas ações de controle podem ser consideradas no projeto da lei de controle em tempo real e, pela própria definição dos algoritmos, podem ser usadas para controlar processos com atrasos (J.E. NORMEY-RICO AND E.F. CAMACHO, 2007).

O MPC não é uma estratégia de controle específica, mas é o nome dado a um conjunto muito grande de métodos de controle que foram desenvolvidos considerando algumas ideias comuns baseadas no conceito de predição. Na figura 1 mostra-se a estrutura geral de um MPC onde pode ser observado o funcionamento do algoritmo: com o controle e o erro atuais e um modelo calcula-se primeiro a predição da saída futura do processo; com estas informações um módulo de otimização calcula o sinal de controle a ser aplicado ao processo no próximo passo considerando a minimização de um determinado índice de desempenho e as restrições nas variáveis de processo e/ou de controle (E.F. CAMACHO AND C. BORDONS, 2004). A maioria dos sistemas reais têm dinâmica não linear, porém quando o processo opera numa pequena

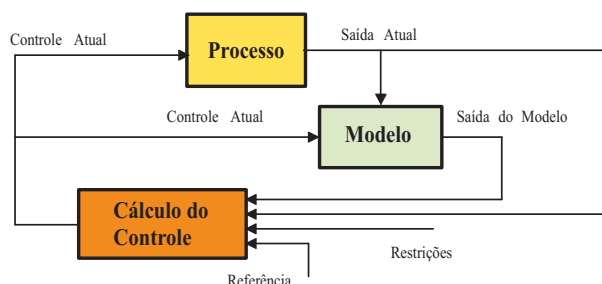


Figura 1: Estrutura do MPC.

faixa então a sua dinâmica pode ser aproximada satisfatoriamente através de modelos lineares. Isto tem motivado a que muitas técnicas de MPC foram abordadas utilizando modelos lineares: Matriz Dinâmica de Controle (DINAMIX MATRIX CONTROL-DMC), (C.R. CUTLER AND B.L. RAMAKER, 1988); Controle Algorítmico Baseado em Modelo (MODEL ALGORITHM CONTROL-MAC), (Richalet, Rault, Testud and Papon, 1976); Controle Preditivo Generalizado (GENERALIZED PREDICTIVE CONTROL-GPC), (Clarke, Mothadi and Tuffs, 1987); Controle Preditivo Adaptativo (EXTENDED PREDICTIVE SELF ADAPTIVE CONTROL-EPSAC), (R. DE KEYSER, 2003). São muitas as aplicações de controle baseadas em softwares

comerciais que implementam LMPC nas refinarias de petróleo no Brasil e no mundo (E.F. CAMACHO AND C. BORDONS, 2004).

As principais vantagens do LMPC estão vinculadas as facilidades de obtenção de modelos lineares, se comparados aos não lineares, e as menores dificuldades para se resolver os problemas de otimização associados. Porém, quando os processos têm dinâmica muito não linear ou quando a faixa de operação é variável, então necessariamente deverá ser tomado em conta o modelo não linear no projeto do controle, de forma que permita manter o desempenho desejado para o sistema em malha fechada.

Do ponto de vista conceitual o MPC não linear (NMPC) não apresenta dificuldades. Considerando a mesma função objetivo (J) que no caso linear e um modelo não linear para o cálculo das predições o objetivo consiste novamente em encontrar o controle que minimize a função objetivo num algoritmo de horizonte deslizante. Já do ponto de vista prático são várias as dificuldades encontradas neste problema (se comparado ao caso linear): (a) a determinação do modelo do processo quando deve ser obtido por identificação, (b) a obtenção do sinal de controle requer, em geral, a solução de um problema otimização não convexo e (c) a análise de estabilidade e robustez da solução. Por estes motivos o NMPC é um campo aberto para pesquisas tanto na área de determinação de modelos como nos procedimentos e algoritmos de otimização para o cálculo do controle (D. LIMON, 2002; E.F. CAMACHO AND C. BORDONS, 2004).

Neste trabalho analisam-se várias das técnicas utilizadas em MPC para a solução destes problemas ressaltando a importância prática e as questões relativas à implementação. Assim, na seção 2 apresenta-se uma revisão das idéias do MPC. Na seção 3 são revisadas diversas alternativas para o NMPC. Na seção 4 é apresentada uma formulação prática de NMPC. O artigo finaliza com as conclusões.

2 Conceitos Básicos de MPC

Os algoritmos MPC possuem algumas características comuns (E.F. CAMACHO AND C. BORDONS, 2004): (a) usam um modelo explícito do processo e das perturbações para prever a saída do mesmo num determinado horizonte finito; (b) calculam as ações de controle para todo o horizonte a partir da minimização de uma determinada função objetivo; (c) o horizonte é deslizante, pelo que para cada período de amostragem o horizonte é deslocado um passo para frente, aplica-se unicamente a ação de controle de aquele instante e desconsidera-se o resto dos controles dentro do horizonte.

As diferenças entre os diversos algoritmos existentes devem-se basicamente à forma de escolher os modelos para o processo e as perturbações, ao tipo de função objetivo e ao procedimento para manipular as restrições e o cálculo do controle (J.A. ROSSITER, 2003).

O modelo de predição é provavelmente o elemento mais importante dentro do controlador dado que ele deve ser capaz de representar adequadamente a dinâmica do processo para permitir o cálculo das predições da sua saída, ser intuitivo e ao mesmo tempo permitir uma análise teórica do sistema. As diferentes estratégias de MPC utilizam diferentes formas para representar as relações entre entradas manipuladas, perturbações e saídas do processo. Em geral o modelo é separado em duas partes: no modelo do processo propriamente dito e no modelo das perturbações; ambos necessários para o cálculo das predições. Os modelos lineares são os mais usados na prática para representar o processo e podem ser de entrada saída (resposta impulsiva, resposta ao degrau e função de transferência) ou de variáveis de estado.

Os modelos de resposta impulsiva ou ao degrau são bastante utilizados na prática por oferecem as seguintes vantagens: (a) são intuitivos e podem ser usados em plantas multivariáveis sem acrescentar complexidade; (b) quando identificados não precisam de conhecimento a-priori do processo e (c) descrevem de maneira simples efeitos mais complexos da dinâmica do processo como atrasos e comportamentos de fase não mínima. Por outro lado apresentam alguns inconvenientes: (a) não podem ser usados com plantas instáveis e (b) necessitam utilizar um grande número de parâmetros para descrever o modelo, sobre tudo se o processo tiver um atraso grande.

O modelo de função de transferência tem como vantagens principais que pode ser usado para plantas instáveis e que precisa, em geral, de poucos parâmetros para descrever o comportamento do sistema (o atraso, por exemplo, pode ser descrito apenas com um parâmetro). Já seu principal inconveniente é a necessidade de conhecer a priori a ordem dos polinômios numerador e denominador quando o modelo deve ser identificado a partir de dados experimentais.

Os modelos de espaço de estados podem ser usados diretamente para processos multivariáveis e não lineares. Como inconvenientes cabe mencionar que em geral os estados não tem significado físico e que na maioria das vezes é necessário o uso de observadores, aumentando assim a complexidade de cálculo do controle.

Os modelos não lineares são geralmente usados para descrever a dinâmica do processo quando os modelos lineares não geram bons resultados. Modelos fenomenológicos (M. POMAR, J.E. NORMEY-

RICO AND E. CAMPONOGARA, 2005), empíricos (O. NELLES, 2001), redes neurais (Y. TAN AND R. DE KEYSER, 1994) ou lógica nebulosa (I. SKRJANC AND D. MATKO, 1994) podem ser usados em algumas aplicações para determinar o modelo de predição. O inconveniente no uso destes modelos é a maior complexidade tanto no procedimento de obtenção do modelo do processo quanto no cálculo da lei de controle.

A escolha de um modelo para as perturbações é tão importante quanto a do processo. O modelo mais utilizado para a descrição de perturbações determinísticas e estocásticas é o conhecido como modelo autoregressivo integrado de média móvel (Auto-Regressive and Integrated Moving Average, ARIMA) (Clarke et al., 1987). Este modelo permite representar mudanças aleatórias, "off-sets" e outros fenômenos normalmente encontrados nos meios industriais.

A função objetivo a ser minimizada pode ter diferentes formas mas a mais utilizada é do tipo quadrática contendo o somatório do quadrado do erro entre uma trajetória desejada e a trajetória obtida ao longo de um horizonte de predição e o somatório do quadrado dos incrementos de ação de controle em um horizonte de controle (J.A. ROSSITER, 2003).

3 Metodologias de MPC para Processos Não Lineares

Existem uma grande quantidade de técnicas MPC que direta ou indiretamente tratam sistemas não-lineares (R. FINDEISEN AND F. ALLGÖWER, 2002). Uma possível classificação destas técnicas as divide em 3 grupos: (a) as que utilizam diretamente um modelo não linear genérico e um algoritmo de otimização não linear de propósito geral; (b) as que utilizam modelos não lineares particulares e métodos de otimização específicos para o modelo escolhido; (c) as que utilizam um ou vários modelos lineares para representar o processo e algoritmos de otimização lineares. Evidentemente as vantagens de uma ou outra alternativa estão diretamente relacionadas ao compromisso desempenho-custo computacional. Nesta seção discutem-se, com uma visão prática, as vantagens e desvantagens de algumas destas técnicas, para fornecer subsídios ao projetista na hora de escolher uma ou outra metodologia.

3.1 MPC com modelos de predição não-lineares na Função Objetivo

Uma abordagem natural é a utilização das predições na função objetivo empregando o modelo não-linear. A minimização da função objetivo é realizada com programas de otimização especializados na solução de funções não-lineares como Programação Não Linear ou *Sequential Quadratic Programming* (SQP), etc. São preservadas as características de horizonte deslizante e a repetição da otimização a cada período de amostragem. O problema de otimização a ser resolvido pode em geral ser colocado como

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = \arg \min \quad & f(\mathbf{W}, \overleftarrow{\mathbf{Y}}, \overleftarrow{\mathbf{u}}, \mathbf{u}) \\ \text{Sujeito a :} \quad & \\ & h(\mathbf{u}) = 0, \\ & g(\mathbf{u}) \leq 0, \text{ onde} \end{aligned} \quad (1)$$

$\mathbf{W}$ é o vetor com as referências futuras, $\overleftarrow{\mathbf{Y}}$ é o vetor com as saídas presentes e passadas, $\overleftarrow{\mathbf{u}}$ é o vetor com as entradas passadas e $\mathbf{u}$ é o vetor com as entradas presente e futuras. Além disso, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ são funções contínuas e diferenciáveis.

Do ponto de vista prático a principal vantagem deste método reside no uso de um modelo não linear, que permite em geral, obter predições muito próximas as saídas reais da planta. Como desvantagens devem citar-se as questões iterativas dos métodos de otimização, a incerteza no tempo que levam para entregar uma resposta, a convergência, as soluções em mínimos locais, etc. que fazem com que sua utilização para controle em tempo real seja ainda pouco difundida. Alguns deste pontos são discutidos em (MARK CANNON, 2004).

3.2 Métodos baseados em modelos particulares

Uma forma de obter uma solução mais simples que a correspondente ao modelo não linear genérico consiste em utilizar modelos não lineares particulares como por exemplo Séries de Volterra ou modelos de Hammerstein (Bloemen, van den Boom and Verbruggen, 2000; Santos, 2005). Estas alternativas são interessantes na prática quando o caso estudado enquadra-se bem na aproximação selecionada. O compromisso entre complexidade de cálculo e desempenho é novamente o fator determinante da escolha. A otimização nestes casos pode ser mais simples que no caso geral. Do ponto de vista prático é importante

notar que o uso de um modelo mais complexo que represente melhor a dinâmica do processo real somente será benéfico quando o erro de modelagem seja pequeno. Em outros casos a des-sintonia do controlador necessária para manter a robustez pode eliminar a vantagem do uso de um melhor modelo.

3.3 Métodos baseados em linearizações

A terceira abordagem consiste em utilizar uma versão linearizada do modelo para a síntese do controlador. Normalmente as formulações LMPC incorporam procedimentos de linearização em varios pontos de operação e uma técnica de tratamento de erro de modelagem introduzido. Entretanto a perda no desempenho do sistema controlado será proporcional as diferenças entre o modelo e o processo. Diversas abordagens baseadas em simplificações, linearizações e LMPC tem sido propostas. Algumas delas são analisadas no que segue.

3.3.1 Ponderação de múltiplos modelos lineares

Para um determinado modelo não linear representado por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= h(\mathbf{x})\end{aligned}\quad (2)$$

podem-se obter modelos lineares nos equilíbrios do sistema. Estes equilíbrios são definidos pelo conjunto de pontos $\mathbb{P} = \{(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) \text{ s.t. } \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) = 0\}$. Um modelo linear pode ser obtido ao redor de um equilíbrio $(\mathbf{x}^i, \mathbf{u}^i) \in \mathbb{P}$ como

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}^i(\mathbf{x} - \mathbf{x}^i) + \mathbf{B}^i(\mathbf{u} - \mathbf{u}^i) \\ \mathbf{y} &= h(\mathbf{x}^i) + \mathbf{C}^i(\mathbf{x} - \mathbf{x}^i), \text{ onde}\end{aligned}\quad (3)$$

$\mathbf{A}^i = \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}}|_{(\mathbf{x}^i, \mathbf{u}^i)}$, $\mathbf{B}^i = \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}|_{(\mathbf{x}^i, \mathbf{u}^i)}$ e $\mathbf{C}^i = \frac{\partial h(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}}|_{(\mathbf{x}^i, \mathbf{u}^i)}$. Os modelos contínuos obtidos tem um equivalente discreto com matizes $\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_d, \mathbf{C}_d$. Em algumas condições, o modelo não linear da planta pode ser recuperado pela combinação de N modelos politópicos

$$[\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_d] = \sum_{i=1}^{i=N} \alpha_i [\mathbf{A}_d^i, \mathbf{B}_d^i], \text{ onde } \sum_{i=1}^{i=N} \alpha_i = 1 \quad (4)$$

Esta idéia pode ser explorada no contexto de controle MPC robusto, MPC adaptativo ou MPC escalonado. Em (M.V. KOTHARE, V. BALAKRISHNAN AND M. MORARI, 1996), (W.K. SON, J.Y. CHOI AND O.K. KWON, 2002) e (A.M. MANTHANWAR, V. SAKIZLIS AND E.N. PISTIKOPOULOS, 2005) discute-se a utilização de múltiplos modelos lineares com enfoque na proposta de controle MPC robusto. Em (Y.LU AND Y. ARKUNL, 1999) discute-se a utilização de múltiplos modelos em uma proposta de MPC escalonado. Em (Y.LU AND Y. ARKUNL, 2003) um esquema adaptativo utilizando MPC DMC é apresentado para um sistema de uma entrada e uma saída. O custo computacional e o desempenho destes métodos está diretamente relacionado ao número de modelos necessários e aos procedimentos de ponderação, que em geral não são simples de generalizar.

3.3.2 Método min-max

Este método foi desenvolvido para sistemas lineares que apresentam comportamentos dependentes de parâmetros variáveis no tempo ou perturbações e pode ser usado para processos não lineares quando estes são representados aproximadamente por um conjunto de modelos lineares. A filosofia utilizada na técnica min-max é determinar a ação de controle que minimiza uma função objetivo para o cenário em que o conjunto de perturbações e incertezas a maximizam. A função objetivo penaliza o desvio do comportamento predito pelo modelo e aquele desejado. Considerando o conjunto de variáveis incertas ou perturbáveis como Θ , pode-se escrever o problema da seguinte forma

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= \arg \min J'(\mathbf{W}, \bar{\mathbf{Y}}, \bar{\mathbf{u}}, \mathbf{u}) \\ J' &= \arg \max J(\mathbf{W}, \bar{\mathbf{Y}}, \bar{\mathbf{u}}, \mathbf{u}, \Theta)\end{aligned}\quad (5)$$

sujeito às restrições nas variáveis de controle e de processo. Esta técnica é considerada custosa computacionalmente pois, dependendo do número de variáveis incertas e dos horizontes de predição e controle

pode haver uma explosão de combinações a serem investigadas para a determinação do máximo. A técnica de otimização min-max surgiu de pesquisas na área da teoria dos jogos dinâmicos. Em (P.J. CAMPO AND M. MORARI, 1987), (E. ZAFIRIOU, 1990), (H. GENÇELI AND M. NIKOLAOU, 1995) e (Z.H. ZHENG AND M. MORARI, 1993) propõe-se a utilização da otimização min-max em MPC utilizando modelos baseados na resposta ao impulso. Outros autores desenvolveram algoritmos MPC utilizando a técnica de otimização min-max para sistemas representados por equações de estados. Em um trabalho recente nesta área, (D.R. RAMIREZ, T. ALAMO, E.F. CAMACHO, M. DE LA PENHA, 2006) propõe-se uma técnica MPC baseada em otimização min-max mas que sugere uma forma de diminuir o custo computacional. No lugar de buscar o máximo da função custo considerando todas as combinações possíveis para o conjunto de incertezas e o horizonte de predição, os autores mostram uma técnica onde se determina um limite superior (*upper bound*) para a maximização da função custo que será então minimizada.

Assim, esta abordagem não se apresenta interessante do ponto de vista prático dado que não se mostra computacionalmente mais atrativa que a de NMPC.

3.3.3 Linearizações a cada instante de amostragem

Muitas pesquisas nesta área visam a resolução, por métodos alternativos, do problema de otimização não linear. Em alguns casos, como em (R.M.C. DE KEYSER, 1998), estende-se a idéia de resposta livre y_l e forçada y_f usando um modelo não linear para o cálculo de y_l e um modelo linear para y_f supondo que esta última pode convergir a zero num procedimento iterativo. Desta forma o problema de otimização não linear pode ser transformado numa sequência de problemas de otimização linear. Esta metodologia pode funcionar adequadamente em alguns casos práticos sem necessidade de muitas iterações mas não garante a obtenção do ótimo nem a convergência do processo iterativo (M. POMAR GARCIA, 2005). Em outros casos utilizam-se linearizações sucessivas em torno ao ponto de operação transformando o modelo num sistema variante no tempo, mas que permite utilizar algoritmos mais simples para minimizar J (B. KOUVARITAKIS, M. CANNON AND J.A. ROSSITER, 1999; F. KUNHE, 2005).

Em todos os casos anteriores onde são usadas aproximações trata-se de compensar as perdas no desempenho com a maior velocidade de processamento e simplicidade dos algoritmos. Assim, pode-se considerar como melhor aquele algoritmo que consiga o melhor compromisso desempenho-simplicidade-velocidade. Como se verá na próxima seção, este objetivo pode ser atingido com uma abordagem prática e simples de NMPC.

4 Uma abordagem prática de NMPC

Um dos elementos importantes da técnica MPC é a representação das predições. Por décadas tem se utilizado a representação do vetor de predições, $\tilde{\mathbf{Y}}$ como $\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{F} + \mathbf{G}\Delta\mathbf{u}$ onde, $\mathbf{F}$, chamada de resposta livre, é o vetor contendo os valores das saídas no horizonte de predição para $\Delta\mathbf{u} = 0$ e $\mathbf{G}$ é a matriz dinâmica obtida a partir da resposta ao degrau unitário. $\Delta\mathbf{u}$ é o vetor com os incrementos nas ações de controle futuras no horizonte de controle. Várias técnicas de NMPC utilizam a resposta ao degrau unitário para calcular $\mathbf{G}$ nas vizinhanças do ponto de operação. Nesta seção desenvolve-se um método para o cálculo das predições que serve tanto para um sistema linear como não-linear e tem baixo custo computacional.

Seja

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ w_2(x_1, x_2, \dots, x_m) \\ \vdots \\ w_p(x_1, x_2, \dots, x_m) \end{bmatrix} \quad (6)$$

um vetor de funções $p \times 1$ das m variáveis do vetor $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$. Supondo que deseje-se calcular os novos valores do vetor de funções $\mathbf{W}$ para uma mudança nas variáveis do vetor $\mathbf{X}$. Utilizando a representação na forma da série de Taylor, pode-se fazer a seguinte aproximação

$$\mathbf{W}(\mathbf{X} + \delta\mathbf{X}) \cong \mathbf{W}(\mathbf{X}) + \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}} \delta\mathbf{X}, \quad (7)$$

onde $\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{X}}$ é a matriz Jacobiana (as vezes chamada de matriz Gradiente) de $\mathbf{W}$ em relação a $\mathbf{X}$.

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_1}{\partial x_1} & \frac{\partial w_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial w_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial w_2}{\partial x_1} & \frac{\partial w_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial w_2}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial w_p}{\partial x_1} & \frac{\partial w_p}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial w_p}{\partial x_m} \end{bmatrix} \quad (8)$$

O vetor de predições pode ser escrito como

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}) \quad \text{onde} \quad (9)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \delta \mathbf{u} = u(k-1)\mathbf{1} + \mathbf{D}\Delta \mathbf{u}, \quad (10)$$

$\mathbf{1}$ é um vetor $m \times 1$ contendo uns, $\mathbf{D}$ é uma matriz triangular inferior $m \times m$ de uns e

$\Delta \mathbf{u} = [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \dots \quad \Delta u(k+m-1)]^T$. A Eq. (9) mostra que as predições somente podem ser mudadas manipulando-se os elementos do vetor $\Delta \mathbf{u}$ uma vez que todas as demais variáveis já estão definidas no instante k . Usando o mesmo procedimento que na Eq. (7),

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial \tilde{\mathbf{Y}}}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u}. \quad (11)$$

Usando Eq. (10):

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{Y}}}{\partial \mathbf{u}} \delta \mathbf{u} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{Y}}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u}. \quad (12)$$

Chamando $\mathbf{F} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{u}_0)$ e $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}} = \frac{\partial \tilde{\mathbf{Y}}}{\partial \Delta \mathbf{u}}$, onde $\mathbf{F}$ é o vetor das predições que seria obtido para $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ é o Jacobiano das predições com relação ao vetor dos incrementos de controle $\Delta \mathbf{u}$, obtém-se a seguinte representação compacta

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{F} + \mathbf{G}_{\text{PNMPC}} \Delta \mathbf{u}. \quad (13)$$

$\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ é a matriz MPC Não Linear Prática que pode ser obtida pela definição do Jacobiano,

$$\mathbf{G}_{\text{PNMPC}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{y}_{k+1}}{\partial \Delta u_k} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial \tilde{y}_{k+2}}{\partial \Delta u_k} & \frac{\partial \tilde{y}_{k+2}}{\partial \Delta u_{k+1}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \tilde{y}_{k+p}}{\partial \Delta u_k} & \frac{\partial \tilde{y}_{k+p}}{\partial \Delta u_{k+1}} & \dots & \frac{\partial \tilde{y}_{k+p}}{\partial \Delta u_{k+m-1}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

A forma triangular inferior da matriz $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ deve-se ao fato do sistema ser causal e de se considerar que não há acoplamento direto entrada saída. Em (A. PLUCENIO, D.J. PAGANO, G. A. MAFRA AND A. H. BRUCIAPAGLIA, 2006) prova-se que para sistemas lineares a matriz $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ é igual a matriz $\mathbf{G}$ obtida pela resposta ao degrau unitário nas técnicas DMC e GPC.

Para sistemas não-lineares a matriz $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ não é invariante. Apesar de ser possível, em alguns casos, obter-se uma expressão para a matriz $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ em função da expressão matemática do modelo não-linear decidiu-se por buscar uma forma de montagem da matriz que não dependesse da estrutura matemática utilizada para a representação do modelo. Para isto optou-se pela determinação numérica da matriz Jacobiana. Além disso, a fim de obter uma predição que considerasse as mudanças no horizonte de predição buscou-se uma forma de obter a matriz $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ que quando utilizada fornecesse uma predição semelhante a que se obteria com a aplicação da aproximação por série de Taylor de segunda ordem. Para isso adotou-se o seguinte procedimento. A cada instante de amostragem utiliza-se a matriz $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}$ calculada no instante anterior e determina-se o vetor incremento de controle intermediário $\Delta \mathbf{u}^i$. Com este vetor atualiza-se o vetor $\mathbf{u}$ fazendo-se $\mathbf{u}^i = u(k-1)\mathbf{1} + \mathbf{D}\Delta \mathbf{u}^i$ e obtém-se o Jacobiano intermediário $\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}^i$. O Jacobiano final utilizado na função objetivo é obtido como

$$\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}^k = (1 - \alpha)\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}^{i_{k-1}} + \alpha\mathbf{G}_{\text{PNMPC}}^{i_k}, \quad (15)$$

com $\alpha = 0,5$. A obtenção numérica do Jacobiano é realizada da seguinte maneira. Uma função é programada para fornecer o vetor de predições $\tilde{\mathbf{Y}}$ quando entra-se com os valores antigos das entradas e saídas e com o vetor $\mathbf{u}$. Um primeiro vetor $\tilde{\mathbf{Y}}_0$ é obtido entrando-se com $\mathbf{u} = \mathbf{u}^i$. Em seguida a primeira

coluna de $\mathbf{G}_{PNMPC}^i$ é obtida entrando-se com o vetor $\mathbf{u}^i$ modificado para obter-se $\tilde{\mathbf{Y}}_1$. A modificação consiste em somar ϵ ao elemento $u^i(k)$ de forma a obter $u_1^i(k) = u^i(k) + \epsilon$. A primeira coluna do Jacobiano é calculada como

$$\mathbf{G}_{PNMPC}^i(:, 1) = \frac{\tilde{\mathbf{Y}}_1 - \tilde{\mathbf{Y}}_0}{\epsilon} \quad (16)$$

A segunda coluna é obtida acessando a função que fornece as previsões com $\mathbf{u}^i$ modificado no seu segundo elemento, fazendo-se $u_2^i(k+1) = u^i(k+1) + \epsilon$ para obter-se $\tilde{\mathbf{Y}}_2$.

$$\mathbf{G}_{PNMPC}^i(:, 2) = \frac{\tilde{\mathbf{Y}}_2 - \tilde{\mathbf{Y}}_0}{\epsilon} \quad (17)$$

O procedimento é repetido até o último elemento de $\mathbf{u}^i$, ou seja, este cálculo é feito tantas vezes quanto for o horizonte de controle m . O vetor $\mathbf{F}$ é obtido executando a função que fornece as previsões com $\Delta \mathbf{u} = 0$ ou com $\mathbf{u} = u(k-1)\mathbf{1}$. Uma interpretação gráfica do procedimento utilizado na Eq. (15) é mostrada na figura 2 para o caso escalar. Pode-se observar na figura 2 que o primeiro valor de $\Delta x = \Delta x^i$ é diferente

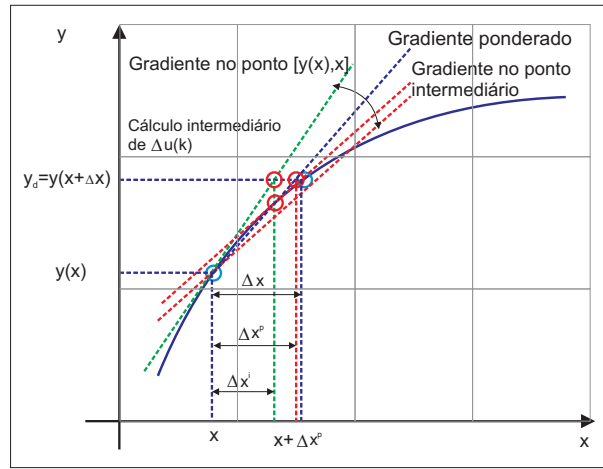


Figura 2: Interpretação gráfica do gradiente ponderado

do valor que seria necessário para que a função atingisse o valor desejado $y_d = y(x + \Delta x)$. Utilizando-se o valor de Δx^i obtido com o primeiro gradiente obtido em x , calcula-se o gradiente intermediário $\frac{\partial y(x + \Delta x^i)}{\partial x}$. Em seguida calcula-se o gradiente ponderado que é a média entre o gradiente em $y(x)$ e em $y(x + \Delta x^i)$. A utilização do gradiente ponderado irá fornecer um valor de $\Delta x = \Delta x^p$ que é muito mais próximo do valor correto para que a função atinja $y_d = y(x + \Delta x)$. Este procedimento é uma tentativa de atingir uma aproximação de Taylor de segunda ordem, onde

$$y(x + \Delta x) \cong f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \Delta x^2. \quad (18)$$

Obtendo-se

$$\Delta x^i = \frac{y_d - y(x)}{\frac{\partial f(x)}{\partial x}}, \text{ pode-se calcular} \quad (19)$$

$$\frac{\partial f(x + \Delta x^i)}{\partial x} \text{ e fazer a seguinte aproximação}$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \cong \frac{\frac{\partial f(x + \Delta x^i)}{\partial x} - \frac{\partial f(x)}{\partial x}}{\Delta x^i}$$

Assim, a Eq. (18) pode ser reescrita como

$$y(x + \Delta x) \cong f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Delta x + \frac{1}{2} \left[\frac{\frac{\partial f(x + \Delta x^i)}{\partial x} - \frac{\partial f(x)}{\partial x}}{\Delta x^i} \right] \Delta x^2. \quad (20)$$

Pode-se dizer que $\Delta x^i = \Delta x(1 - \delta)$, onde δ é um valor que depende da curvatura da função, sendo positivo para função côncava e negativa para função convexa. Introduzindo esta relação na Eq. (20), tem-se

$$y(x + \Delta x) \cong f(x) + \left[\left(1 - \frac{1}{2(1 - \delta)}\right) \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{1}{2(1 - \delta)} \frac{\partial f(x + \Delta x^i)}{\partial x} \right] \Delta x. \quad (21)$$

Uma avaliação de δ iria necessitar da avaliação da derivada segunda de $f(x)$ que é o que quer se evitar. Assim o melhor compromisso é considerar $\delta = 0$ e

$$y(x + \Delta x) \cong f(x) + \left[0.5 \frac{\partial f(x)}{\partial x} + 0.5 \frac{\partial f(x + \Delta x^i)}{\partial x} \right] \Delta x. \quad (22)$$

O resultado do caso escalar pode ser estendido para a Matriz Jacobiana Ponderada com $\alpha = 0.5$ na Eq. (15).

4.1 Tratamento do erro de modelagem e perturbações

Para o tratamento do erro de modelagem o modelo completo das predições inclui um fator que é a integral da diferença filtrada entre a variável de saída medida no instante atual e o valor predito. A expressão completa para o vetor com as predições se transforma em

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{F} + \mathbf{G}_{PNMPC} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{\Gamma}. \quad (23)$$

Para um sistema de uma entrada e uma saída, $\mathbf{\Gamma} = \gamma(k) \mathbf{1}_{p \times 1}$ e $\Delta \gamma(k) = \frac{C}{D}(y(k) - \tilde{y}(k))$, onde $\mathbf{1}$ é um vetor $p \times 1$ de uns, C e D são o numerador e denominador de um filtro discreto, $y(k) - \tilde{y}(k)$ é o erro entre a saída medida e a saída predita. Como o fator de correção é mantido constante ao longo do horizonte de predição, seu impacto é visto somente no vetor $\mathbf{F}$. De forma semelhante ao que acontece no algoritmo GPC, a escolha de C e D tem uma influência importante na robustez e desempenho do algoritmo para erros de modelagem e perturbações.

De forma resumida o PNMPC procura investir em uma boa predição que permita a solução do problema de otimização com algoritmos de Programação Quadrática sem iterações e com uma qualidade de resposta similar ao do NMPC direto.

5 Estudo de Caso

O exemplo apresentado nesta seção pretende mostrar que uma abordagem não linear utilizando a técnica PNMPC desenvolvida pode fornecer resultados excelentes com muito pouco esforço computacional. Seja o sistema não linear

$$\dot{y} = -10y + 0.732u^2 - 10.183 \quad (24)$$

que representa a dinâmica de um sistema de aquecimento com atuador não linear. Este sistema, quando linearizado em dois pontos da sua curva de equilíbrios $(-1, 018; 0, 0683)$ e $(-0, 9842; 0, 6831)$ pode ser representado respectivamente pelas funções de transferência $H_1(s) = \frac{0.1}{s+10}$ e $H_2(s) = \frac{1}{s+10}$.

O PNMPC foi ajustado para este processo com horizonte de controle e de predição iguais a 3 e ponderação do esforço de controle igual a 0,25. A figura 3(a,b) mostra as respostas para uma mudança de referência de 0 a -1. Na figura 3(c,d) apresenta-se o comportamento do sistema controlado para uma mudança de referência de 0 para 1 e também a resposta à uma perturbação de $-0,1$ somada à saída no período entre 2 e 3 segundos. Em ambos os casos o sistema é controlado utilizando tanto o modelo igual ao processo como também para o caso quando o modelo apresenta um erro de 100% no coeficiente do termo u^2 , ou seja o modelo é $\dot{y} = -10y + 1.464u^2 - 10.183$. Como pode-se observar, mesmo com um erro grande de modelagem o seguimento de referência é muito bom e sem grandes oscilações.

O esforço computacional é muito menor que o de um controle NMPC e praticamente comparável ao do LMPC já que a montagem da matriz Jacobiana $\mathbf{G}_{PNMPC}$ é simples e a minimização da função objetivo foi realizada com Programação Quadrática. No entanto o desempenho do controlador é bem superior ao obtido com outros métodos aproximados que tem igual ou maior custo computacional. Por exemplo, em (Y.J.WANG AND J.B. RAWLINGS, 2004) apresenta-se um algoritmo de controle MPC robusto baseado na técnica min-max e cita-se o sucesso da aplicação da técnica para um exemplo onde o sistema é representado pelas funções de transferência $H_1(s)$ e $H_2(s)$ acima citadas. O custo computacional neste caso é bem maior que o do PNMPC e o desempenho bem inferior. O tempo de estabilização é cerca de 20 vezes maior para a mudança de referência de 0 a -1.

6 Conclusões

O desenvolvimento de técnicas para a aplicação segura de Controle Preditivo para sistemas não lineares ainda carece de desenvolvimentos para lidar com problemas como modelagem, robustez, eficiência

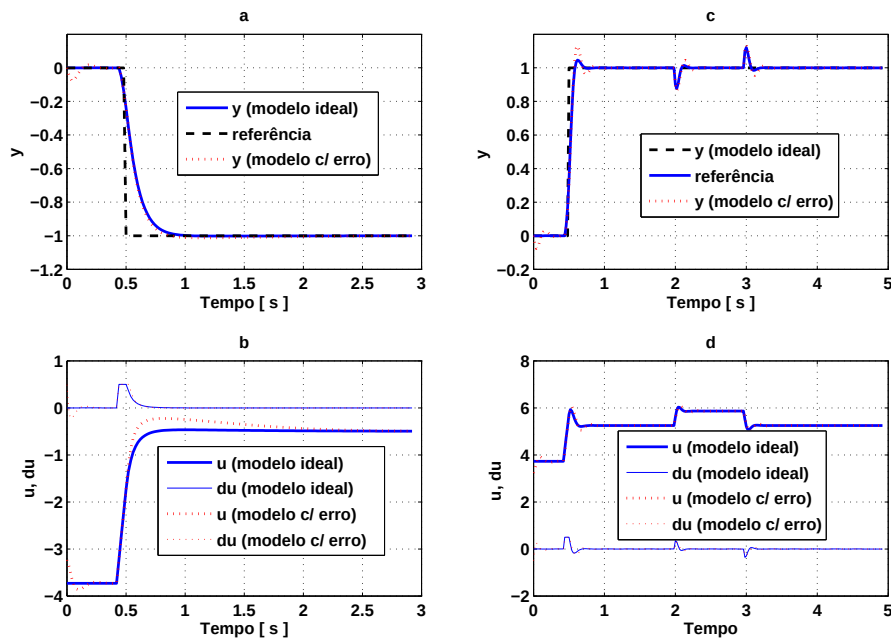


Figura 3: Seguimento de referência para modelo não linear

computacional, solução em tempo real, etc. A técnica que utiliza as previsões não lineares na função objetivo apresenta algumas características indesejáveis como alta complexidade na formulação, grande demanda por capacidade computacional e dificuldade em se garantir a entrega da ação de controle em tempo hábil. Os métodos que utilizam técnicas de linearização buscam investir em bons modelos lineares para diminuir a complexidade dos algoritmos de otimização da função objetivo. Entretanto algumas destas técnicas acabam por utilizar também métodos iterativos que já eram indesejáveis nos algoritmos de otimização.

A técnica PNMPC mostra uma forma de obter uma linearização que fornece uma predição com aproximação próxima a que se obteria com Taylor de segunda ordem e, além disso, não utiliza método iterativo. Para a minimização da função objetivo pode-se continuar utilizando toda a tecnologia já desenvolvida para sistemas lineares como o já consagrado método de Programação Quadrática, por exemplo. Além disso, a obtenção numérica da matriz G_{PNMPC} permite a utilização de qualquer estrutura de modelo incluindo aí Redes Neurais, modelos NARMAX, etc. O método funciona igualmente para sistemas de uma entrada e uma saída como para sistemas multivariáveis e tem a sua maior área de aplicação em processos tipicamente não lineares como reatores e colunas reativas.

A semelhança do método com os tradicionais algoritmos de LMPC bem conhecidos no meio industrial, tanto no que se refere a filosofia de projeto como ao ajuste, tornam o PNMPC uma ferramenta com grande potencial para ser adotada na indústria do petróleo.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) pelo apoio fornecido na forma do Programa de Recursos Humanos PRH 34 ANP/MCT.

Referências

- A.M. MANTHANWAR, V. SAKIZLIS AND E.N. PISTIKOPOULOS (2005). Robust parametric predictive control design for polytopically uncertain systems, *American Control Conference*.
- A. PLUCENIO, D.J. PAGANO, G. A. MAFRA AND A. H. BRUCIAPAGLIA (2006). Uma extensão do controle preditivo DMC para sistemas não lineares, *XVI Congresso Brasileiro de Automatica* **1**: 2644–2649.
- B. KOUVARITAKIS, M. CANNON AND J.A. ROSSITER (1999). Non-linear model based predictive control, *International Journal of Control* **72**(10): 919–928.

- Bloemen, H., van den Boom, T. and Verbruggen, H. (2000). Model-based predictive control for hammerstein systems, *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney, Australia*.
- Clarke, D., Mothadi, C. and Tuffs, P. (1987). Generalized predictive control. Part I: The basic algorithm. Part II: Extensions and interpretations, *Automatica* **23**(2): 137–160.
- C.R. CUTLER AND B.L. RAMAKER (1988). Dynamic matrix control - A computer control algorithm, *AIChE 86th National Meeting*, Houston, TX.
- D. LIMON (2002). *Control Predictivo de Sistemas No Lineales Sujetos a Restricciones: Estabilidad y Robustez*, PhD thesis, Universidad de Sevilla.
- D.R.RAMIREZ, T. ALAMO, E.F. CAMACHO, M. DE LA PENHA (2006). Min-max mpc based on a computationally efficient upper bound of worst case cost, *Journal of Process Control* **16**: 511–519.
- E.F. CAMACHO AND C. BORDONS (2004). *Model Predictive Control*, Springer, Berlin.
- E. ZAFIRIOU (1990). Robust model predictive control of processes with hard constraints, *Comp. Chem. Eng.* **14**(4/5): 359–371.
- F. KUNHE (2005). *Controle Preditivo aplicado a Robótica Móvel*, Diss. de Mestrado, UFRGS.
- H. GENCELI AND M. NIKOLAOU (1995). Design of robust constrained model predictive controllers with volterra series, *AIChE Journal* **41**(9): 2098–2107.
- I. SKRJANC AND D. MATKO (1994). *Advances in Model-Based Predictive Control*, Oxford University Press, chapter Fuzzy Predictive Controller with Adaptive Gain.
- J.A. ROSSITER (2003). *Model-Based Predictive Control: A practical Approach*, CRC Press.
- J.E. NORMEY-RICO AND E.F. CAMACHO (2007). *Control of Dead-time Processes*, Springer, Berlin.
- MARK CANNON (2004). Efficient nonlinear model predictive control algorithms, *Annual Reviews in Control* **28**: 229–237.
- M. POMAR GARCIA (2005). *Controle Preditivo Não-Linear com aplicações em eletrônica de potência*, PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina.
- M. POMAR, J.E. NORMEY-RICO AND E. CAMPONOGARA (2005). Non linear model based predictive controller of a buck boost converter, *Proc. of the XVI IFAC World Congress, Prague*.
- M.V. KOTHARE, V. BALAKRISHNAN AND M. MORARI (1996). Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities, *Automatica* **32**: 1361–1379.
- O. NELLES (2001). *Nonlinear System Identification*, Springer, Berlin.
- P.J. CAMPO AND M. MORARI (1987). Robust model predictive control, *1987 American Control Conference* pp. 1021–1026.
- R. DE KEYSER (2003). A Gentle Approach to Predictive Control, in E. P. C. Ltd (ed.), *Encyclopedia of Life Support Systems (EoLSS)*, Oxford.
- R. FINDEISEN AND F. ALLGÖWER (2002). An introduction to nonlinear model predictive control, *21st Benelux Meeting on Systems and Control* pp. 229–237.
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J. and Papon, J. (1976). Algorithm control for industrial processes, *Proc. 4th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*, Tbilisi, USSR.
- R.M.C. DE KEYSER (1998). A gentle introduction to model based predictive control, *PADI2 International Conference on Control Engineering and Signal Processing, Piura, Peru*.
- Santos, J. (2005). *Controle Preditivo nao Linear para Sistemas de Hammerstein*, Tese de doutorado. UFSC.
- Takatsu, H., Itoh, T. and Araki, M. (1998). Future needs for the control theory in industries-report and topics of the control technology survey in the japanese industry, *Journal of Process Control* **8**(5-6): 369–374.
- W.K. SON, J.Y. CHOI AND O.K. KWON (2002). Robust predictive control of uncertain nonlinear systemv with constrained input, *Transaction on Control, Automation and Systems Engineering* **4**: 289–295.
- Y.J.WANG AND J.B. RAWLINGS (2004). A new robust model predictive control method.II:examples, *IEEE Transaction on Control Systems Techonology* **14**: 249–262.
- Y.LU AND Y.ARKUNL (1999). A scheduling quasi-minmax mpc for lpv systems, *American Control Conference* pp. 2272–2276.
- Y.LU AND Y.ARKUNL (2003). A practical multiple model adaptive strategy for single-loop mpc, *Control Engineering Practice* **11**: 141–159.
- Y. TAN AND R. DE KEYSER (1994). *Advances in Model-Based Predictive Control*, Oxford University Press, chapter Neural Network Based Predictive Control.
- Z.H. ZHENG AND M. MORARI (1993). Robust stability of constrained model predictive control, *American Control Conference* pp. 379–383.