

5º CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS



TÍTULO DO TRABALHO:

CORRELAÇÃO PARA O FATOR DE ATRITO DE FLUIDO HERSCHEL-BULKLEY EM DUTOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL ELÍPTICA

AUTORES:

Luis M. Casanova¹, Admilson T. Franco², Rigoberto E. M. Morales³

INSTITUIÇÃO:

^{1,2,3} Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Este Trabalho foi preparado para apresentação no 5º Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás- 5º PDPEURO, realizado pela a Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás-ABPG, no período de 15 a 22 de outubro de 2009, em Fortaleza-CE. Esse Trabalho foi selecionado pelo Comitê Científico do evento para apresentação, seguindo as informações contidas no documento submetido pelo(s) autor(es). O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pela ABPG. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões da Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás. O(s) autor(es) tem conhecimento e aprovação de que este Trabalho seja publicado nos Anais do 5ºPDPEURO.

CORRELAÇÃO PARA O FATOR DE ATRITO DE FLUIDO HERSCHEL-BULKLEY EM DUTOS DE SEÇÃO TRANSVERSAL ELÍPTICA

Abstract

During the oil well drilling operations, the oscillations and the advancement of the drill makes the well takes an oval shape. In these cases, it is necessary to consider the drilling fluid flow through the annular eccentric geometries between the drill string and the rock formation, besides the complex rheology of the fluid, in order to determine correctly the pressure drops. This work presents an analytical study of the viscoplastic fluid flow of a Herschel-Bulkley fluid, through elliptical ducts in concentric-eccentric elliptical annulus. Analytical solutions for the friction factor in circular-elliptical cross-section annulus were obtained based in the Journal bearing lubrication theory and the fluid flow was modeled like parallel plates. Relevant engineering parameters were obtained, like velocity profiles, volumetric flow rate, shear stress profiles and one relation to the friction factor. The solution shows good agreement compared with the literature for the case of the circular eccentric annulus. The results for the circular annulus are adequately reproduced when the elliptical cross section tends towards unitary eccentricity.

Herschel-Bulkley fluid, Elliptical annulus cross-section duct, Friction factor.

Introdução

Na atividade de perfuração de poços de petróleo comumente se trabalha com geometrias anulares circulares e por vezes elípticas. A geometria elíptica refere-se à ovalização do poço, causada pela passagem e oscilações da broca de perfuração. O fluido de perfuração utilizado neste processo é bombeado pela parte interna da coluna de perfuração (Figura 1). O fluido retorna à superfície através do espaço anular, formado entre a coluna e a formação rochosa do poço, realizando o carreamento de cascalhos. O processo tem continuidade quando o fluido retorna ao poço através da coluna de perfuração. Atualmente utilizam-se vários tipos de fluidos de perfuração, sendo na sua maioria fluidos de comportamento não-newtonianos.

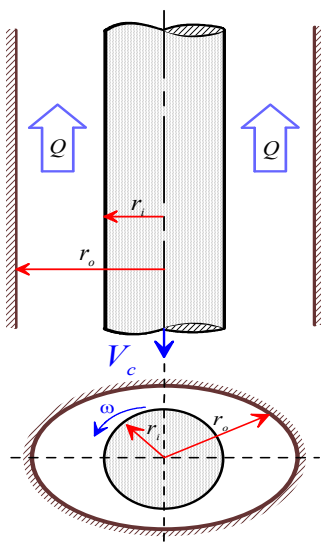


Figura 1. Esquema do processo de perfuração

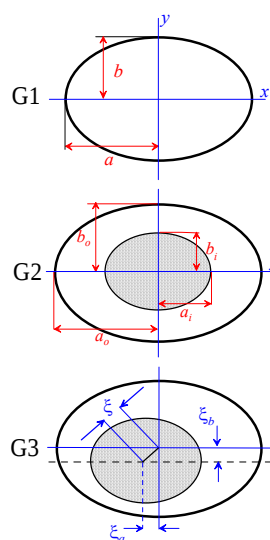


Figura 2. Geometrias G1, G2 e G3 a serem estudadas

Metodologia

O presente trabalho tem por objetivo apresentar um estudo envolvendo a obtenção de uma correlação do fator de atrito em seções elípticas. São propostos três tipos de configurações geométricas das seções elípticas, apresentadas na Figura 2, tubo de seção transversal elíptica (G1), tubo anular com seção transversal elíptica concêntrica (G2) e um tubo interno excêntrico com seção transversal elíptica (G3).

Os cilindros internos e externos são modelados como elipses, mas se tornam círculos fazendo com que os eixos maiores e menores das elipses sejam iguais. Na Figura 2, a e b são os semieixos maior e menor respectivamente da elipse G1, para as geometrias G2 e G3 a_o e b_o são os semieixos da elipse externa, a_i e b_i os semieixos da elipse interna, ξ é a excentricidade da elipse. Outro termo de importância para a caracterização das seções elípticas é a razão de aspecto da elipse (ε), definida como: $\varepsilon = b/a$. Uma solução analítica é obtida para os casos das seções elípticas anulares e elípticas anulares excêntricas, baseado no conceito da folga equivalente da teoria da lubrificação e modelando o escoamento nas regiões anulares como placas paralelas.

Equações Governantes

Para o modelo matemático de problemas isotérmicos de escoamento de fluidos, são utilizadas duas equações fundamentais: a conservação da massa e a conservação da quantidade de movimento, as quais são:

Conservação da massa:
$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + (\nabla \cdot \rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

Quantidade de movimento:
$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \mathbf{V} + (\nabla \cdot \rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla p + (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

sendo ρ a massa específica do fluido, $\mathbf{V}$ o vetor velocidade, $\boldsymbol{\tau}$ o tensor de tensões viscoso, p , a pressão termodinâmica, ∇ o operador vetorial diferencial e $\mathbf{g}$ a gravidade. O sistema composto pelas equações (1) e (2) ainda não pode ser resolvido, sendo necessária uma relação adicional entre o campo de tensão e o campo cinemático do fluido. Essa relação, conhecida como equação constitutiva, para o presente problema é dada pela equação de fluidos viscoplásticos do tipo de Herschel-Bulkley. A equação constitutiva dada por Chhabra e Richardson, (1999):

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{se} \quad \boldsymbol{\tau} < \boldsymbol{\tau}_y \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_y + k \dot{\gamma}^n = \eta \dot{\gamma} \quad \text{se} \quad \boldsymbol{\tau} \geq \boldsymbol{\tau}_y \quad (4)$$

sendo n o índice da Lei de Potência, η a viscosidade newtoniana generalizada, $\dot{\gamma}$ a taxa de deformação e k o índice de consistência do fluido.

Hipóteses e condições de contorno.

Para a solução do problema, as hipóteses são: escoamento incompressível em regime laminar e completamente desenvolvido de fluido tipo Herschel-Bulkley e forças do corpo desprezíveis. As condições de contorno a serem usadas são de velocidade nula nas paredes, ou seja, $V_z|_{y=r_o=r_i} = 0$.

Tensão limite adimensional, T_y

A tensão limite adimensional é o termo que associa a tensão limite do escoamento com a tensão na parede, ou seja, relaciona as forças plásticas do fluido com o gradiente de pressão do escoamento. O parâmetro T_y baseado no diâmetro hidráulico da tubulação de seção constante é dado por:

$$T_y = \frac{4\tau_y}{(-dp/dz) D_h} \quad (5)$$

Número de Reynolds, Re

Para escoamentos completamente desenvolvidos de fluido com modelo de viscosidade Herschel-Bulkley, o número de Reynolds é baseado na viscosidade aparente μ_g ou também chamada viscosidade generalizada, e segundo Souza et. al, (2003) pode ser expresso como:

$$\text{Re} = \frac{\rho V_m D_h}{\tau_w} \left(\frac{\tau_w - \tau_y}{k} \right)^{1/n} \quad (6)$$

sendo τ_w a tensão na parede definida por: $\tau_w = D_h (-dp/dz)/4$.

O termo que relaciona o fator de atrito de Fanning baseado no diâmetro hidráulico D_h com o número de Reynolds Re , é definido como:

$$f \text{Re} = \frac{2D_h}{V_m} \left(\frac{\tau_w - \tau_y}{k} \right)^{1/n} \quad (7)$$

Para escoamento axial de fluido não-newtoniano isotérmico, laminar e completamente desenvolvido em dutos de seção arbitrária e constante, segundo Malin (1998), o fator de atrito pode ser escrito mediante a seguinte expressão:

$$f \text{Re}^* = \frac{16}{\psi} \quad (8)$$

sendo $\psi = \left(4(a_o + a_1 n) \right)^n (1 - T_y)^{1+n} \left[\frac{(1 - T_y)^2}{1 + 3n} + \frac{(1 - T_y)}{1 + 2n} + \frac{T_y^2}{1 + n} \right]^n$, a_o e a_1 são parâmetros geométricos.

Solução para a seção elíptica G1

O domínio físico da seção elíptica será transformado para obter uma expressão válida para essa geometria. O método de solução é baseado em uma transformação analítica de coordenadas, onde o domínio físico é uma elipse. A equação característica para o domínio elíptico (equação da elipse) é útil para obter o raio polar da elipse. Assim a transformação expressa a mudança do domínio circular para um domínio de seção elíptica. Desta forma o perfil de velocidade V_z é dado pela seguinte relação:

$$\text{Para } \tau_{rz} > \tau_y \quad V_z = \frac{1}{(\Delta/2k)(1/n+1)} \left[\frac{R_h}{2k/\Delta} \right]^{1/n+1} \left[\left(1 - \frac{2\tau_y}{R_h \Delta} \right)^{1/n+1} - \left(\sqrt{\left(\frac{x}{a} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right)^2} - \frac{2\tau_y}{R_h \Delta} \right)^{1/n+1} \right] \quad (9)$$

$$\text{Para } \tau_{rz} \leq \tau_y \quad V_z = \frac{1}{(\Delta/2k)(1/n+1)} \left[\frac{R_h}{2k/\Delta} \right]^{1/n+1} \left(1 - \frac{2\tau_y}{R_h \Delta} \right)^{1/n+1} \quad (10)$$

sendo $R_h = 4A/P_m$ raio hidráulico da elipse ($A = \text{Área}$ e $P_m = \text{Perímetro molhado}$) e Δ o gradiente de pressão axial $(-dp/dz)$. Com o perfil de velocidade determinado são obtidos os diferentes parâmetros de interesse como vazão volumétrica, velocidade média, velocidade máxima e fator de atrito.

Solução para as seções elípticas anular concêntrica G2 e excêntrica G3.

Para a solução das regiões anulares concêntrica G2 e excêntrica G3, elas são transformadas em uma região de folga variável como mostrado na Figura 3. Neste caso o escoamento é modelado como entre placas paralelas e considerando-se que o espaçamento entre elas h varia ao longo do eixo x . Com as hipóteses do problema já mencionadas, a equação da quantidade de movimento resultante devido à nova configuração geométrica será escrita em coordenadas cartesianas, e é dada por:

$$\frac{d}{dy} \tau_{yz} = \left(-\frac{dp}{dz} \right) \quad (11)$$

A variável h para a geometria G2 é definida como a diferença entre os raios externos e internos das seções elípticas, expressada pela equação (13). As expressões para r_o e r_i são propostas por Zhu et al. (2004) como:

$$r_o = b_o / \left[(b_o/a_o)^2 (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 \right]^{1/2}, \quad r_i = b_i / \left[(b_i/a_i)^2 (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

$$h = (r_o - r_i) \quad (13)$$

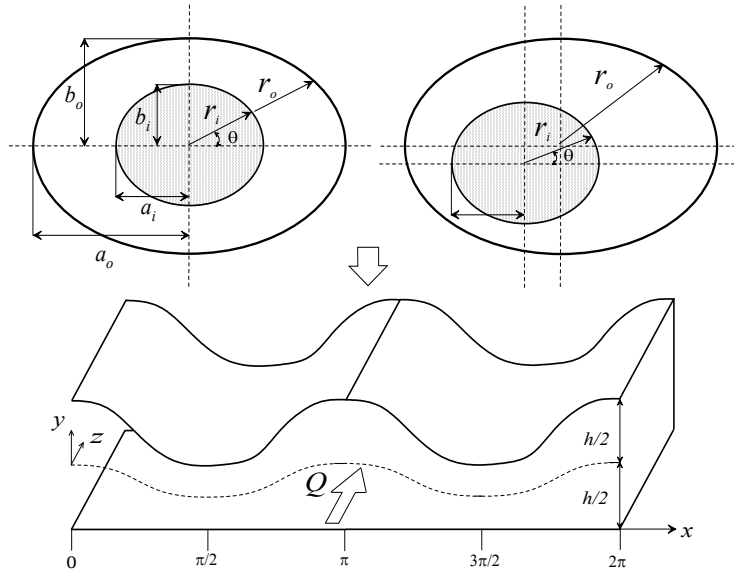


Figura 3. Configuração da região elíptica anular com a idealização da folga variável.

Para o caso da geometria G3, os centros das elipses interna e externa não coincidem e a folga variável h será caracterizada em função de suas variáveis geométricas da seção elíptica anular, sendo ψ o ângulo de inclinação com respeito ao eixo x do deslocamento entre centros denominado excentricidade ξ , β e θ são os ângulos entre os raios polares r_o e r_i das elipses e a linha paralela ao eixo x . Dessa forma, a expressão que representa a folga variável h em função dos parâmetros geométricos da seção elíptica anular é dada pela equação (14) da seguinte forma:

$$h = \xi \cos(\psi + \theta) + r_o \sqrt{1 - (\xi/r_o)^2 \sin^2(\psi + \theta)} - r_i \quad (14)$$

Na equação (11) o termo da tensão (τ_{yz}) depende do modelo reológico a utilizar. Assim, para o modelo Herschel-Bulkley a equação constitutiva é dada pelas equações (3) e (4). Logo, essas equações são substituídas na equação resultante da quantidade de movimento (11) e integradas com a condição de contorno $V_z = 0$ em $y = -h/2$ e $y = h/2$ (linha de simetria em $y = 0$). O perfil de velocidade resultante é dado por:

$$\text{Para } y_o < y < h/2 \quad V_z = \frac{1}{(1/n)+1} \left(-\frac{dp}{dz} \frac{1}{k} \right)^{1/n} \left[\left(\frac{h}{2} - y_o \right)^{(1/n)+1} - (y - y_o)^{(1/n)+1} \right] \quad (15)$$

$$\text{Para } 0 < y < y_o \quad V_z = \frac{1}{(1/n)+1} \left(-\frac{dp}{dz} \frac{1}{k} \right)^{1/n} \left(\frac{h}{2} - y_o \right)^{(1/n)+1} \quad (16)$$

sendo $y_o = \tau_y / \Delta$ definido como a região não deformada do escoamento na folga.

A vazão volumétrica se obtém integrando-se o perfil de velocidade ao longo da seção transversal da Figura 3.

$$Q = \lambda \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} V_z dy d\theta = 4\lambda \int_0^{\pi} \int_0^{h/2} V_z dy d\theta \quad (17)$$

sendo V_z o perfil de velocidade, λ o fator de correção devido à irregularidade da seção transversal. Esse termo é definido por Uner et. al (1988), baseado no conceito que a área da folga é igual à área equivalente da seção anular. O fator de correção λ para o caso das geometrias de seção elíptica anular concêntrica e excêntrica é dado por:

$$\lambda = \frac{\pi(a_o b_o - a_i b_i)}{\int_0^{2\pi} h d\theta} \quad (18)$$

Resultados e Discussão

A Figura 4 apresenta os campos de velocidade e tensão de cisalhamento na seção transversal elíptica G1, para uma razão de aspecto $\varepsilon = 0,5$. Devido que o comprimento característico da direção y é menor que da direção x ($a > b$), as velocidades em y variam em uma razão maior em comparação com as variações em x . A distribuição irregular da tensão apresentada na parte esquerda da Figura 4 é devida ao fato que o comprimento menor em y produz maior resistência ao escoamento, ou seja, os efeitos da parede são maiores nessa região. O modelo reológico Herschel-Bulkley foi utilizado com seguintes valores $T_y = 0,1$, coeficiente de consistência do fluido $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ e índice de potência $n = 0,8$.

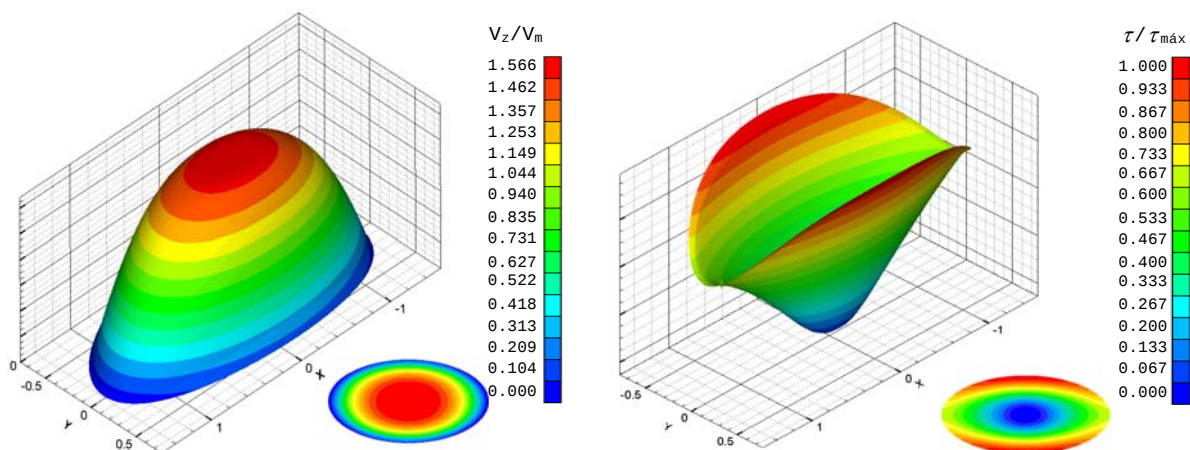


Figura 4. Seção elíptica G1 com razão de aspecto $\varepsilon = 0,5$ para modelo de Fluido Herschel-Bulkley, perfis de velocidade (esquerda) e de tensão (direita)

A Figura 5 mostra a influência da tensão limite adimensional T_y e o índice de potência n no fator de atrito para as diferentes razões de aspecto da elipse. Observa-se que $f \text{ Re}$ aumenta conforme a razão de aspecto da elipse diminui devido ao fluido escoar em uma região onde existe uma irregularidade na distribuição dos gradientes de velocidade e conforme maior é a desigualdade entre os eixos da elipse maiores são os gradientes de velocidade, conseqüentemente os efeitos da parede são maiores e o atrito, também maior. O resultado é apresentado para três valores da tensão limite adimensional $T_y = 0$; 0,5 e 0,8 e para os diferentes índices de potência $n = 0,7$; 1,0 e 1,4.

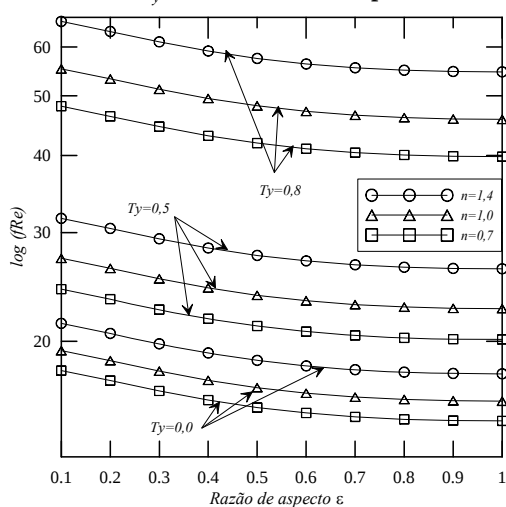


Figura 5. Influência da tensão limite adimensional T_y e do índice de potência n no termo fator de atrito nas diferentes razões de aspecto da elipse

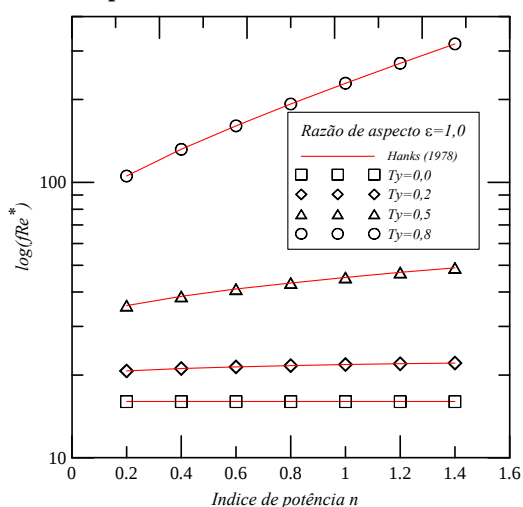


Figura 6. Comparação da solução proposta com a solução analítica para a seção circular $\varepsilon = 1,0$

Para a comparação da solução obtida, a seção elíptica foi reduzida a circular, ou seja, $\varepsilon = 1,0$ para o escoamento laminar de fluido Herschel-Bulkley. Observa-se na Figura 6 a boa concordância da solução do presente estudo comparada com a solução analítica de Hanks (1978) e referenciada por Malin (1998). Os erros relativos, na Figura 6, entre a solução do presente estudo e a solução analítica são da ordem de 0,0003%. Nota-se na Figura 6 que para valores da tensão limite adimensional $T_y < 0,2$ não há uma influência significativa desse termo no atrito, mas com valores $T_y > 0,2$ a influência sobre o fator de atrito aumenta progressivamente. Observa-se também, que o aumento significativo do fator de atrito se dá a partir do valor $T_y > 0,5$, sendo que a influência da tensão limite (plasticidade do material) no fator de atrito é mínima além dessa região.

Os campos na Figura 7 representam os perfis de velocidade na seção elíptica anular (esquerda) e elíptica anular excêntrica (direita). O modelo de fluido utilizado foi o Herschel-Bulkley com $T_y = 0,1$, coeficiente de consistência do fluido $k = 0,118 \text{ Pa.s}^n$ e índice de potência $n = 0,8$. Os perfis adimensionais apresentam valores mais elevados na parte central das regiões onde o espaço anular é maior, por os efeitos das paredes serem menores nessas regiões.

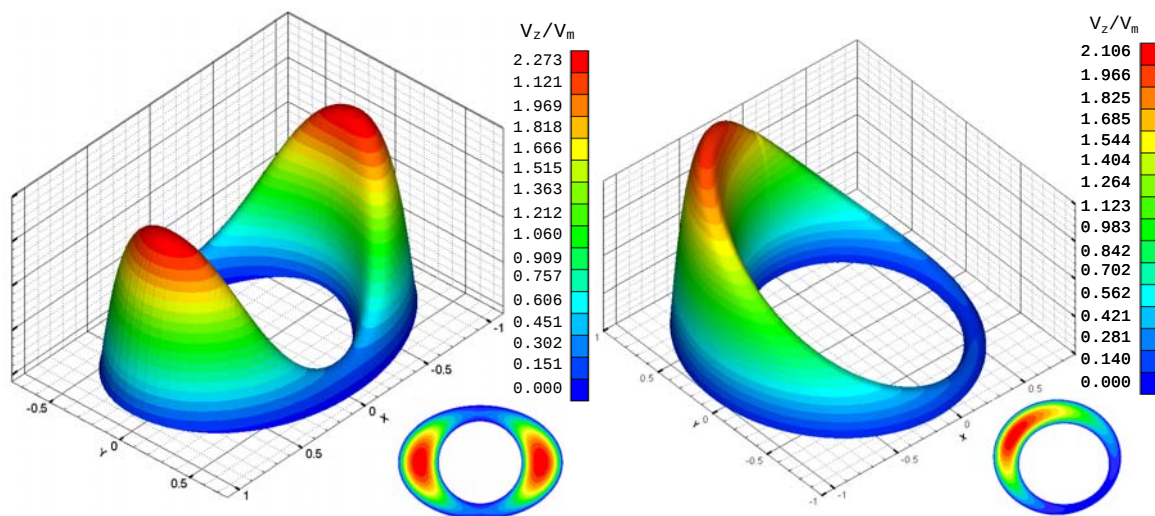


Figura 7. Perfis de velocidades para a seção transversal elíptica anular (esquerda) e anular excêntrica (direita)

Os perfis da tensão são representados na Figura 8. Nota-se que nas regiões de maior folga a tensão nas paredes do tubo interno e do tubo externo são maiores, devido a que nessas regiões os gradientes de velocidades também são maiores. A tensão limite empregada para esses campos de velocidade é $T_y = 0,1$ e valores do índice de consistência e o índice Power-Law são os mesmos que do caso anterior.

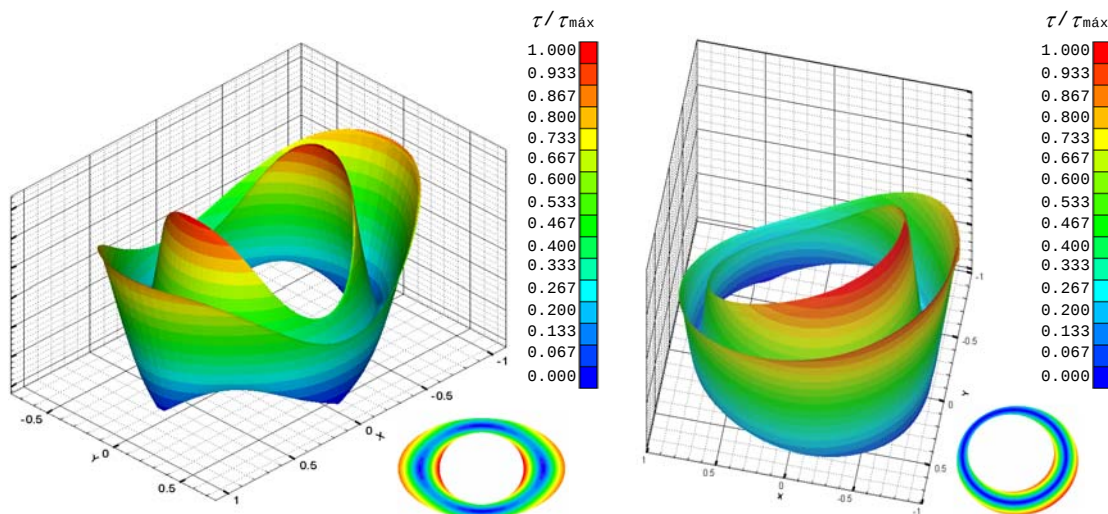


Figura 8. Perfis da tensão para a seção transversal elíptica anular (esquerda) e anular excêntrica (direita).

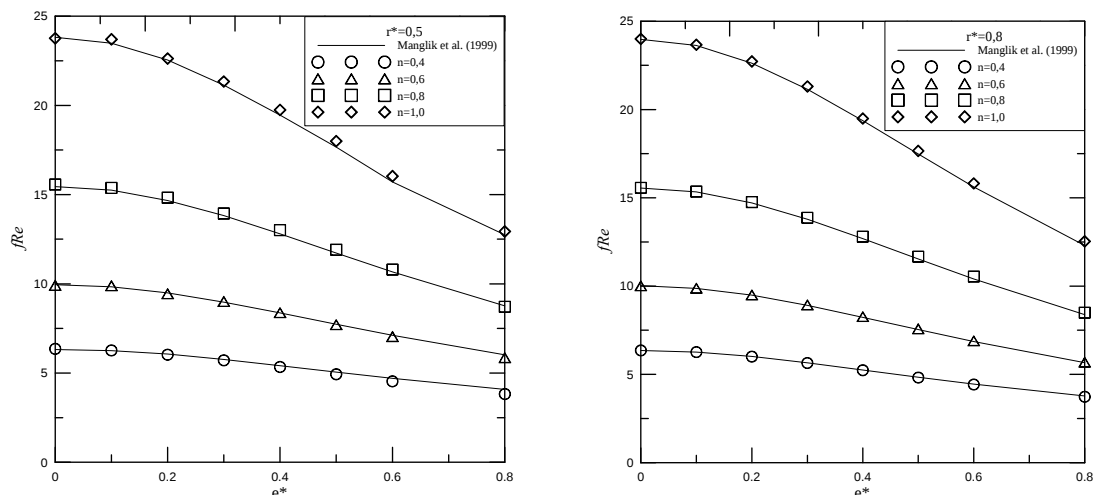


Figura 9. Comparação do método da folga variável com os resultados numéricos de Manglik et al. (1999) para a seção circular excêntrica.

Para a comparação do método da folga variável com os resultados de Manglik et al. (1999) a seção elíptica foi reduzida a circular e o fluido Herschel-Bulkley foi reduzido ao Power-Law. A Figura 9 apresenta o efeito da excentricidade adimensional (e^*) no fator de atrito para distintos índices de consistência do fluido Power-Law. Foram investigadas duas razões de aspecto entre os tubos interno e externo: $r^* = 0,5$ e $0,8$. A escolha ocorre por no método da folga variável, segundo Uner et al. (1988), ser recomendável para razões maiores a $r^* = 0,5$. Os erros relativos entre as soluções da Figura 9 são da ordem de 1,23 % para a razão $r^* = 0,5$ e 0,55 % para $r^* = 0,8$.

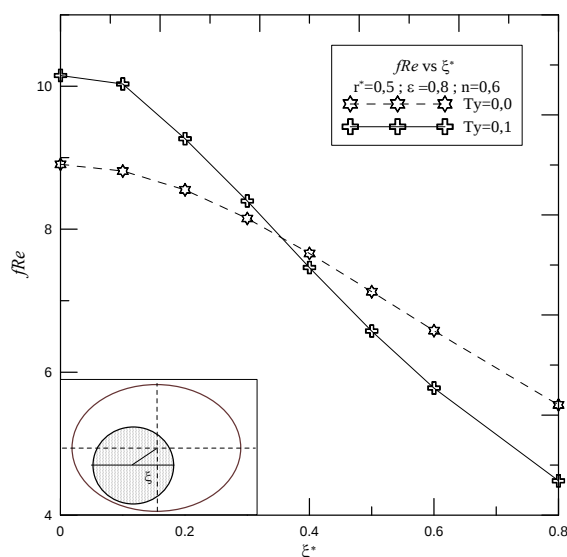


Figura 10. Efeito da variação da excentricidade do tubo interno no fator de atrito na seção elíptica anular com tubo externo elíptico $\varepsilon = 0,8$ para fluido Herschel-Bulkley.

A curva para fRe em função da excentricidade ξ^* é apresentada na Figura 10. Note-se que a força de atrito diminui conforme a excentricidade aumenta, ou seja, quando o fluido escoar em uma região de folga maior os efeitos da parede são menores e o atrito, também menor. O tubo externo é modelado como uma elipse de razão de aspecto $\varepsilon = 0,8$ e a razão entre o raio equivalente da elipse e o raio do tubo interno é $0,5$. Foi usado o modelo de fluido Herschel-Bulkley com índice de potência $n = 0,6$ e os valores da tensão limite adimensional são $T_y = 0,0$ e $0,1$. A expressão usada para o cálculo do fator de atrito do escoamento laminar de fluido Herschel-Bulkley nas seções anulares concêntrica e excêntrica é dada por:

$$f^{\text{Re}} = \frac{\left[1 - T_y\right]^{\frac{1}{n}} 2^{\left(\frac{n-2}{n}\right)} D_h^{\left(\frac{n+1}{n}\right)} \int_0^{2\pi} h d\theta}{\int_0^{2\pi} \left[\frac{(h/2)(h/2 - y_o)^{1/n+1}}{1/n+1} - \frac{(h/2 - y_o)^{1/n+2}}{(1/n+1)(1/n+2)} \right] d\theta} \quad (19)$$

As integrais na equação (19) são resolvidas numericamente usando a regra do trapézio e o termo h é definido pela equação (14).

Conclusões

Baseando-se no conceito da folga equivalente da teoria da lubrificação e aproximando as regiões anulares ao modelo de placas paralelas, foram obtidas soluções analíticas inéditas para os casos das seções elípticas anulares.

O método desenvolvido apresenta bons resultados quando comparada com a literatura disponível, nos casos em que as seções elípticas são reduzidas a circulares. Os resultados esperados para o tubo de seção transversal circular são adequadamente reproduzidos quando a seção anular elíptica tende para a excentricidade unitária.

Esses resultados serão utilizados para validar as simulações de dinâmica de fluidos computacional, e através dos quais espera-se compreender a faixa de validade das soluções analíticas encontradas.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo - ANP – por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o setor de Petróleo e Gás Natural PRH-ANP (PRH10 - UTFPR), do CENPES/PETROBRAS e também da Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP.

Referências Bibliográficas

- AKGUN, F.; JAWAD, R. H. Determination of Friction Factor of Fluids Flowing Turbulently Through an Eccentric Annulus. **International Journal of Petroleum Science and Technology** ISSN 0973-6328, v.1, p. 37–49, 2007.
- FANG, P.; MANGLIK, R.M.; JOG, M.A. Characteristics of Laminar Viscous Shear - Thinning Fluid Flows in Eccentric Annular Channels. **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** V. 84, p.1-17, 1999.
- GUIMARÃES, I. B., ROSSI, L. F. S. **Estudo dos Constituintes dos Fluidos de Perfuração: Proposta de uma Formulação Otimizada e Ambientalmente Correta**, 4º PDPETRO, Campinas – SP, 2007.
- HANKS, R. W.; LARSEN K. M. The Flow of Power-Law Non-Newtonian Fluids in Concentric Annuli. **Ind. Eng. Chem. Fundam.** V. 18, p. 33-35, 1979.
- MALIN, M. R. Turbulent pipe flow of Herschel-Bulkley Fluids. **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, V. 25, p. 321-330, 1998.
- SOARES, E. J.; NACCACHE, M. F.; SOUZA, P. R. Heat transfer to viscoplastic materials flowing axially through concentric annuli. **International Journal of Heat and Fluid Flow.** V. 24, p.762-773, 2003
- UNER, D.; CANAN, O.; TOSUN, I. An Approximate Solution for Non-Newtonian Flow in Eccentric Annuli. **Ind. Eng. Chem. Res.** V.27, p.698-701, 1988.
- ZHU, Y.D.; SHU, C.; QIU J.; TANI, J. Numerical simulation of natural convection between two elliptical cylinders using DQ method. **International Journal of Heat and Mass Transfer.** V.47, p.797–808, 2004.