

8º CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS



TÍTULO DO TRABALHO:

Otimização dimensional e topológica de treliças por *Simulated Annealing*

AUTORES:

Francielly Elizabeth de Castro Silva, Departamento de Engenharia Mecânica

Jucélio Tomás Pereira, Departamento de Engenharia Mecânica

INSTITUIÇÃO:

Universidade Federal do Paraná

Este Trabalho foi preparado para apresentação no 8º Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás - 8º PDPETRO, realizado pela Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás - ABPG, no período de 20 a 22 de outubro de 2015, em Curitiba/PR. Esse Trabalho foi selecionado pelo Comitê Científico do evento para apresentação, seguindo as informações contidas no documento submetido pelo(s) autor(es). O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pela ABPG. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões da Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás. O(s) autor(es) tem conhecimento e aprovação de que este Trabalho seja publicado nos Anais do 8º PDPETRO.

OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL E TOPOLÓGICA DE TRELIÇAS POR *SIMULATED ANNEALING*

Abstract

Truss structures have an important role in the economy, since they often lead to solutions with less material, besides having numerous applications, like in offshore structures. The optimal project of this kind of structure is the main goal of this study. It discusses a problem of sizing and topology structural optimization, which seeks to minimize the weight of trusses, considering as constraints the material failure and the nodal displacements. The adopted methodology uses the Simulated Annealing algorithm to run the optimization process, in search of the better configuration of bars groups with discrete sections, commercial values may be adopted for the areas of the bars that compose the solution of the feasible space. The proposed methodology is implemented in Matlab® and employed to evaluate a classic case found in the literature, showing that it is promising.

Introdução

A utilização de sistemas estruturais é essencial para a transmissão de carregamentos e, conforme a magnitude das cargas envolvidas aumenta, se tem a necessidade de aumentar a massa destes sistemas a fim de manter sua resistência e, conseqüentemente, sua funcionalidade. Estruturas do tipo treliças têm uma boa relação entre massa e resistência e são facilmente fabricáveis com a combinação de perfis comerciais das mais diversas geometrias. Estas estruturas são compostas por barras que transmitem apenas esforços de compressão e tração através de pinos e desempenham um papel imprescindível na economia, uma vez que frequentemente levam a soluções estruturais em que é usado menos material e possuem inúmeras aplicações, tais como pontes, torres, guindastes, estruturas *offshore* (Figura 1), suportes de telhado, estruturas espaciais *etc.*..



Figura 1. Estruturas *Offshore*.

Em um processo de projeto convencional a solução depende fortemente da experiência do projetista e consiste na análise de cada possibilidade proposta. Com problemas complexos existe uma infinidade de opções de combinações de barras de diversas dimensões, o que pode tornar inviável o cálculo de todas as possibilidades. Para resolver esse problema, se tem outra concepção de projeto que considera um processo de otimização, onde o engenheiro define as variáveis de projeto, a função objetivo que se deseja minimizar e as restrições que devem ser satisfeitas (ARORA, 2004).

Os problemas de otimização estrutural podem ser agrupados em três categorias principais: Otimização dimensional, de forma (geométrica) e topológica. A OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL de

estruturas discretas consiste na modificação das dimensões dos elementos. Em estruturas treliçadas, esta técnica se constitui em um procedimento automatizado de alteração da área da seção transversal de cada elemento. No processo de OTIMIZAÇÃO DE FORMA de estruturas discretas, algumas posições nodais podem ser alteradas, sendo que em geral estas são restritas por certos limites que são definidos pelo conjunto de posições admissíveis (BENOIT e RAJAN, 2012). A OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA de estruturas treliçadas consiste na eliminação dos elementos pouco solicitados, ou seja, elementos cujas áreas são tão pequenas a ponto de poderem ser retirados da estrutura. Com isso há uma modificação das conectividades dos elementos que compõem a estrutura.

Em 1983, problemas complexos com muitos mínimos locais e, conseqüentemente, de difícil otimização, inspiraram alguns pesquisadores da empresa IBM, S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt e M. P. Vecchi, a desenvolverem um novo método iterativo denominado *Simulated Annealing*, ou Recozimento Simulado, aqui denotado SA (KIRKPATRICK *et al.* 1983). Trabalho semelhante foi publicado por Cerny (1985). Botello *et al.* (1999) realizaram comparações entre os métodos Algoritmos Genéticos e SA com algoritmos híbridos e concluiu que a associação de métodos melhora a qualidade do resultado final. Hasançebi e Erbatur (2002) realizaram trabalhos envolvendo treliças.

Sabendo que o processo de projeto convencional torna-se inviável para problemas muito complexos, pois possuem uma quantidade muito grande de possibilidades, faz-se necessária a elaboração de softwares, com métodos matemático/computacionais iterativos, que possibilitem a obtenção de estruturas ótimas, reduzindo tempo e custo de projeto estrutural, como também aumentando a confiabilidade dos resultados.

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma metodologia de otimização dimensional e topológica de estruturas do tipo treliça com a menor massa possível, utilizando o método de SA, na busca da melhor configuração de grupo de barras com seções comerciais e com restrições quanto à falha de material por tração e compressão e deslocamentos nodais.

Metodologia

O *Simulated Annealing* foi desenvolvido baseado em analogias com o fenômeno físico de cristalização de materiais (DRÉO *et al.*, 2006). Com o processo de cristalização de metais é possível explicar o conceito de recozimento. Um metal em alta temperatura se encontra no estado viscoso e as suas partículas estão totalmente desordenadas e com alto nível de energia. Ao resfriar o sistema até a temperatura ambiente com uma taxa bem pequena de arrefecimento, se tem a chamada técnica de recozimento e as partículas tomam posições ordenadas, formando uma estrutura cristalina com um baixo estado de energia. No entanto, se a taxa de resfriamento for alta, ocorre o processo chamado de têmpera e, ao final, uma estrutura amorfa e metaestável é obtida, que não consiste em um estado de mínima energia do sistema. Na indústria metalúrgica utiliza-se muito esse processo, pois confere ao material uma dureza alta, devido à energia acumulada na estrutura na forma de tensões residuais. Os parâmetros reais do processo podem ser comparados com os parâmetros do problema de otimização (Tabela 1).

Tabela 1. Analogia entre o problema de otimização e o sistema físico (DRÉO *et al.* 2006).

Problema de Otimização	Sistema Físico
Função Objetivo	Energia livre
Parâmetros do problema	"Coordenadas" das partículas
Encontrar uma "boa" configuração (eventualmente ótima)	Encontrar menor estado de energia

Outro conceito físico importante para o SA é o algoritmo de Metropolis que descreve o comportamento termodinâmico de um sistema em certa temperatura. Por exemplo, dada uma configuração inicial de todas as partículas, realiza-se uma modificação elementar no sistema. Se essa modificação diminuir a energia, se aceita a nova configuração, mas se causar um aumento de energia, a configuração pode ser aceita mediante uma probabilidade, p , como

$$p = e^{\frac{-\delta E}{T}}, \quad (01)$$

onde T é a temperatura corrente e δE é a variação de energia causada pela modificação da configuração.

Este processo é realizado de forma iterativa mantendo uma temperatura constante até que um balanço termodinâmico seja atingido, ou seja, até que um número suficiente de modificações seja atingido. A partir deste ponto a temperatura é reduzida e, em seguida, são feitas novas modificações. A lei de decréscimo da temperatura é empírica, mas pode ser definida como

$$T_{it+1} = \alpha T_{it}, \quad (02)$$

sendo α uma constante arbitrária e próximo à unidade e it a iteração corrente. Em geral, $\alpha = 0,9$. O critério de parada também é definido empiricamente. Um fluxograma esquemático deste algoritmo é exposto na Figura 2.

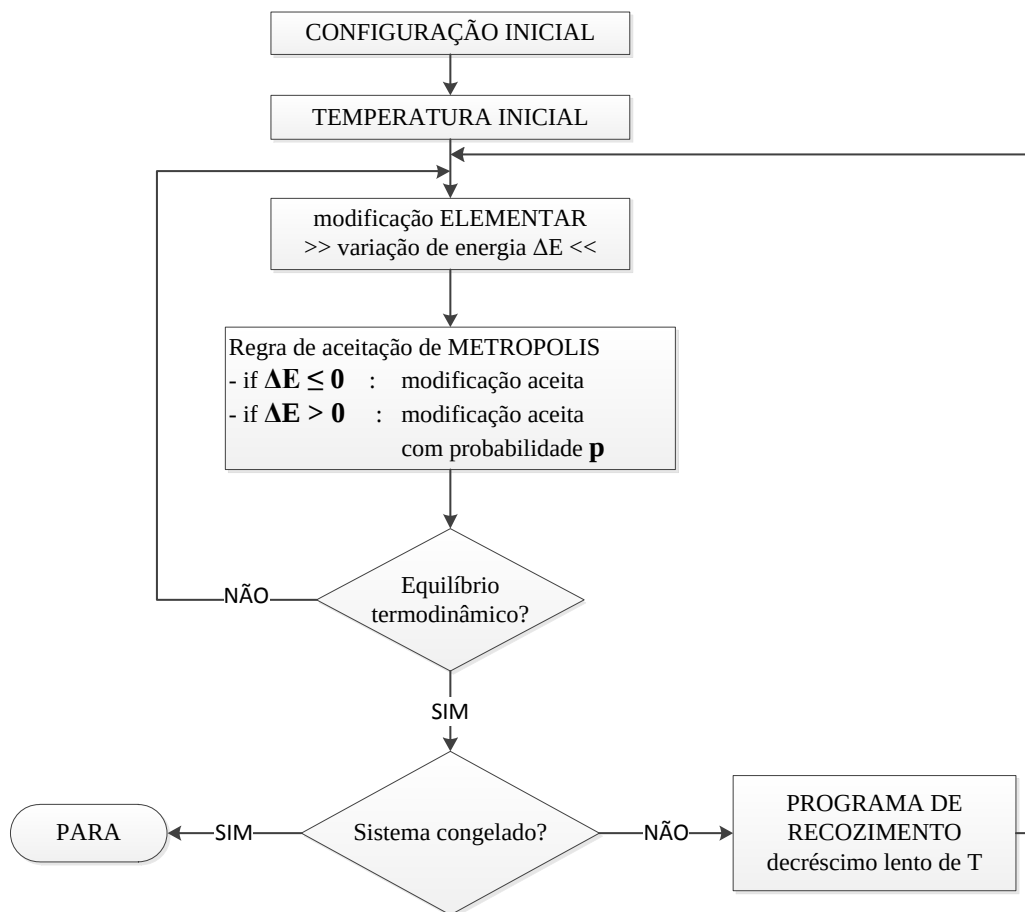


Figura 2. Fluxograma do algoritmo de SA, adaptado de Dréo *et al.* (2006).

O problema de otimização proposto tem por objetivo encontrar a mínima massa de uma estrutura tipo treliça, composta de barras com seções tubulares, sujeita a múltiplos casos de carregamentos que podem assumir inúmeras configurações combinando a utilização de tubos distintos

para cada elemento. Portanto, a meta é minimizar a função objetivo que é a massa total da estrutura, M , dada por

$$M = \sum_{i=1}^{Nels} \rho A_i L_i \quad (03)$$

onde ρ a densidade do material, A_i a área da seção transversal do elemento, L_i o comprimento do elemento e $Nels$ é o número total de elementos. Como se trata de uma estrutura treliçada, a mesma não deve falhar em termos materiais, ou seja, a tensão no elemento não deve exceder um valor limite de tensão admissível em tração σ_t e em compressão σ_c . Os deslocamentos nodais $|u_{no}|$ não poderão exceder a um valor limite u_l . Assim, esses três conjuntos de restrições podem ser postos como:

$$\begin{cases} g_1 = \sigma_i - \sigma_t \leq 0, \\ g_2 = -\sigma_i - \sigma_c \leq 0, \\ g_3 = |u_{no}| - u_l \leq 0, \end{cases} \quad (04)$$

sendo $i = (1, \dots, Nels)$ e $no = (1, \dots, Nnos)$. Além das restrições supracitadas, todas as variáveis de projeto possuem limites simples superiores e inferiores que variam de acordo com o problema.

Resultados e Discussão

A metodologia de projeto descrita anteriormente foi implementada computacionalmente no *software* Matlab®, de acordo com o algoritmo evidenciado pela Figura 2. A seguir o resultado obtido com a metodologia aplicada.

A estrutura treliçada de 10 barras é um caso clássico encontrado na literatura para a otimização dimensional e topológica utilizando variáveis de área discretas (Figura 3). Os membros estão sujeitos a uma tensão limite de ± 25 ksi e os deslocamentos limites são de 2.0 pol, impostos a cada nó da estrutura. O material considerado possui densidade de 0,1 lbs/pol³ e 10000 ksi de módulo de elasticidade. O carregamento é aplicado nos nós 2 e 4, com uma força P de -100 kips na direção do eixo y . Nessa primeira análise, há 10 variáveis de projeto independentes e correspondem as áreas dos elementos da estrutura. As variáveis de projeto são selecionadas do conjuntos discreto apresentado por Lee e Geem (2004): {1.62, 1.80, 1.99, 2.13, 2.38, 2.62, 2.63, 2.88, 2.93, 3.09, 3.13, 3.38, 3.47, 3.55, 3.63, 3.84, 3.87, 3.88, 4.18, 4.22, 4.49, 4.59, 4.80, 4.97, 5.12, 5.74, 7.22, 7.97, 11.50, 13.50, 13.90, 14.20, 15.50, 16.00, 16.90, 18.80, 19.90, 22.00, 22.90, 26.50, 30.00, 33.50 (pol²)}. Os resultados são apresentados na Tabela 2 e a configuração é representada na Figura 4a.

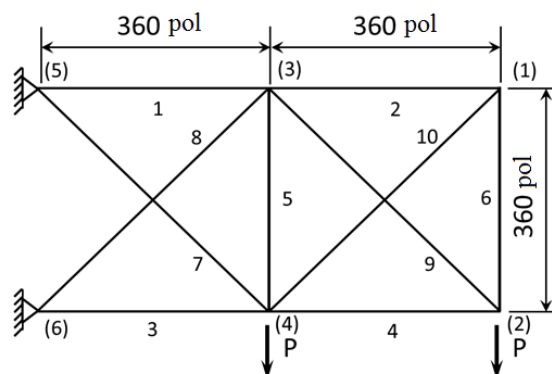


Figura 3. Estrutura para o caso de 10 barras

Tabela 2. Resultados para a otimização dimensional do problema de 10 barras.

Métodos	Métodos heurísticos		Critério de otimalidade			FCD	Métodos heurísticos
Referências	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	Presente trabalho
No. de Análises	50000	ND	30000	ND	80000	14	29510
$u_{máx}$ (pol)	ND	ND	2,01	ND	ND	1,99	2,00
Peso (lb)	5532	5499	5480	5491	5491	5559	5529
A ₁ (pol ²)	33,00	33,50	33,50	33,50	33,50	33,50	33,50
A ₂ (pol ²)	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62
A ₃ (pol ²)	22,90	22,90	22,90	22,90	22,90	26,50	22,90
A ₄ (pol ²)	13,50	15,50	13,90	14,20	14,20	14,20	14,20
A ₅ (pol ²)	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62
A ₆ (pol ²)	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62	1,62
A ₇ (pol ²)	7,97	7,22	7,97	7,97	7,97	11,50	7,22
A ₈ (pol ²)	26,50	22,90	22,90	22,90	22,90	19,19	26,50
A ₉ (pol ²)	22,00	22,00	22,00	22,00	22,00	19,19	19,90
A ₁₀ (pol ²)	1,8	1,62	1,62	1,62	1,62	1,99	1,62

[1] Lee e Geem, 2004, [2] Nanakorn e Meesomklin (2001), [3] Togan e Daloglu (2008) , [4] Sahad *et al.* (2004), [5] Silva (2009) e [6] Flager *et al.* (2014).

O tempo computacional para resolver este problema foi de 38,85 segundos e nenhuma restrição foi agredida.

Utilizando o resultado obtido pelo processo de otimização dimensional é possível remover as barras pouco solicitadas da estrutura, que correspondem aos elementos 2, 5, 6 e 10, e eliminando o nó 1 que não conecta mais nenhum elemento, tem-se, portanto, a topologia ótima para esta estrutura (Figura 4b) apresentada pela Tabela 3. Nenhuma restrição foi agredida nesta análise.

Tabela 3. Resultados a otimização topológica do problema de 10 barras.

Métodos	AG		AG Binário	AG Inteiro	AG
Referências	Rajan (1995)		Tang <i>et al.</i> (2005)		Presente trabalho
Número de análises	7000	7000	35500	35500	29510
$u_{máx}$ (pol)	2,07	2,07	2,05	2,05	2,00
Peso total (lb)	4981,7	4962,1	4921,25	4921,25	5031,9
A ₁ (pol ²)	33,00	33,00	30,00	30,00	33,50
A ₂ (pol ²)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A ₃ (pol ²)	19,90	19,90	26,50	26,50	22,90
A ₄ (pol ²)	13,50	15,50	14,20	14,20	14,20
A ₅ (pol ²)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A ₆ (pol ²)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A ₇ (pol ²)	7,22	7,55	7,97	7,97	7,22
A ₈ (pol ²)	22,90	22,00	19,90	19,90	36,55
A ₉ (pol ²)	22,90	22,00	18,80	18,80	19,90
A ₁₀ (pol ²)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

$U_{m\acute{a}x}$: Valor máximo das componentes de deslocamentos nodais.

ND = Não disponível pelos autores

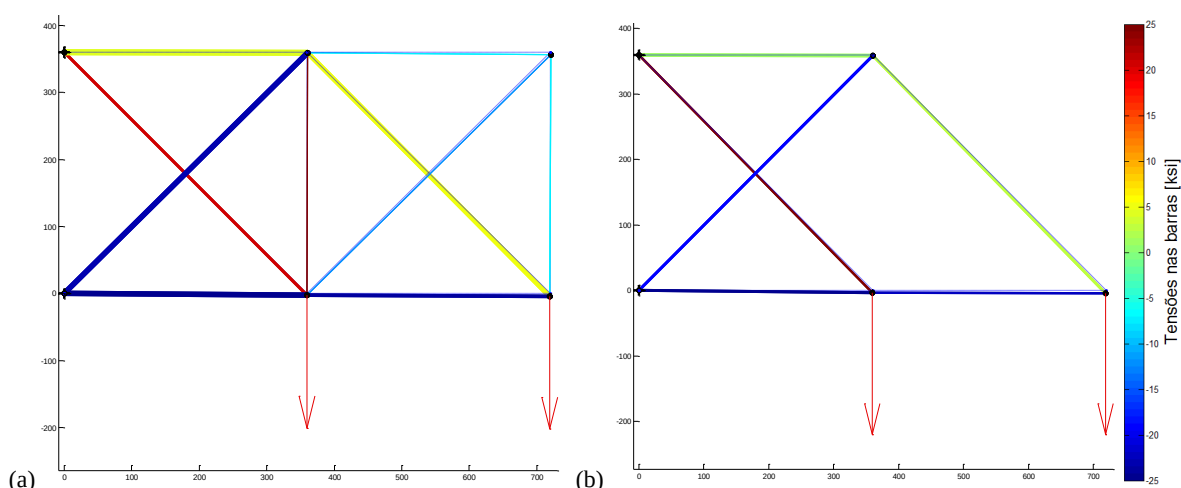


Figura 4. Estrutura ótima para o caso de 10 barras (a) considerando somente otimização dimensional e (b) considerando otimização topológica.

Conclusões

O presente trabalho tem como objetivo apresentar e implementar computacionalmente uma formulação para o problema de otimização dimensional e topológica de estruturas treliçadas, baseada no método heurístico *Simulated Annealing* (SA) e utilizando como variáveis de projeto as áreas das seções transversais das barras variando de forma discreta. A função de mérito é a mínima massa e são consideradas restrições sobre a falha do material e valores limites de deslocamentos nodais. A formulação apresentada foi implementada computacionalmente em uma estrutura no *software* Matlab®. Foi testado e comparado um caso clássico encontrado na literatura.

Os resultados obtidos mostram que o método SA é bem indicado para a solução de problemas estruturais ótimos com variáveis discretas. A metodologia empregada se mostra bastante promissora, tendo em vista que os resultados obtidos foram satisfatórios, com um tempo computacional (38,85 segundos) relativamente pequeno, além disso, a estrutura final suporta os carregamentos aplicados sem que a estrutura venha a falhar, ou seja, nenhuma restrição imposta ao problema é agredida.

Considerando trabalhos futuros é sugerida a incorporação a esta metodologia de outros tipos de carregamentos, em especial as cargas dinâmicas que estão constantemente presentes nas estruturas offshore, dentre outras. Outra opção bastante interessante é a implementação de elementos de pórticos, capaz de representar as cargas de flexão, tração, compressão, torção e flambagem global, englobando uma área muito grande no projeto de estruturas.

Agradecimentos

Ao Laboratório de Mecânica dos Sólidos Computacional e Laboratório de Vibrações e Som da Universidade Federal do Paraná (UFPR), ao Programa Interdisciplinar em Engenharia do Petróleo e Gás Natural da UFPR (PRH24) e ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica (PGMEC).

Referências Bibliográficas

ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**, 2. ed. San Diego: Elsevier, 2004.

BENOIT, D., RAJAN, F. C. A lower-bound formulation for the geometry and topology optimization of truss structures under multiple loading. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 48, p. 49-58, 2012.

BOTELLO, S., J. L. MARROQUIN, E., ONATE, J. V. HOREBEEK. Solving structural optimization problems algorithms and simulated annealing. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 45, p. 1069-1084, 1999.

CERNY, V. Thermodynamical approach to the traveling sales-man problem: an efficient simulation algorithm. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v.45, p. 41-51, 1985.

DRÉO, J, PÉTROWSKI, A., SIARRY, P., TAILLARD, E. **Metaheuristics for Hard Optimization**, 1.ed. Germany: Springer, 2006.

FLAGER, F., SOREMEKUN, G., ADYA, A., SHEA, KRISTINA., HAYMAKER, J., FISCHER, M. Fully Constrained Design: A general and scalable method for discrete member sizing optimization of steel truss structures. **Computers & Structures**, v. 140, p. 55-65, 2014.

HASANÇEBI, O., ERBATUR, F. On efficient use of Simulated Annealing in complex structural optimization problems. **Acta Mechanica**, v. 157, p. 27-50, 2002.

KIRKPATRICK, S., GELATT, C. D., VECCHI, M. P. Optimization by Simulated Annealing. **Science**, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.

KRIPKA, M. Discrete optimization of trusses by Simulated Annealing. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Technology in Mechanical Engineering**, vol. 26, n. 2, pp. 170-173, 2004.

LEE, K. S., GEEM, Z. W. A new structural optimization method based on the harmony search algorithm. **Computers & Structures**, v. 82, p. 781-98, 2004.

NANAKORN, P., MEESOMKLIN, K. An adaptive penalty function in genetic algorithms for structural design optimization. **Computers and Structures**, v. 79, p. 1527-2539, 2001.

RAJAN, S. D. Sizing, shape, and topology design optimization of trusses using genetic algorithms. **Journal of Structural Engineering ASCE**, v. 121, n. 10, p. 1480-1487, 1995.

SAHAD, M. G., TOROPOV, V. V., ASHOUR, A. F. A hybrid genetic algorithm for structural optimization problems. **Asian Journal of Civil Engineering**, v. 5, n. 3-4, p 121-143, 2004.

SILVA, E. K. **Evolução diferencial para problemas de otimização restrita**. Dissertação de Mestrado. Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil, 2009.

TANG, W; TONG, L.; GU, Y. Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 62, p. 1737-1762, 2005.

TOGAN, V., DALOGLU, A. T. An improved genetic algorithm with initial population strategy and self-adaptive member grouping. **Computers and Structures**, v. 86, p. 1204-1218, 2008.