

9º CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS



9º CONGRESSO
Brasileiro de **P&D** em
PETRÓLEO E GÁS

Maceió, AL
de 09 a 11 de novembro
2017

Realização:



ABPG
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE P&D EM
PETRÓLEO E GÁS



TÍTULO DO TRABALHO:

Desenvolvimento de uma Metodologia para Análise Limite Mecano-Fiabilística de Sistemas de Ancoragem

AUTORES:

Pedro Henrique Rios Silveira, Eduardo Toledo Lima Junior, Eduardo Nobre Lages

INSTITUIÇÃO:

Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Centro de Tecnologia – CTEC
Laboratório de Computação Científica e Visualização – LCCV

Este trabalho foi preparado para apresentação no 9º Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás - 9º PDPETRO, realizado pela Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás - ABPG, no período de 09 a 11 de novembro de 2017, em Maceió/AL. Esse trabalho foi selecionado pelo Comitê Científico do evento para apresentação, seguindo as informações contidas no documento submetido pelos autores. O conteúdo do trabalho, como apresentado, não foi revisado pela ABPG. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material, conforme apresentado, não necessariamente reflete as opiniões da Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás. Os autores têm conhecimento e aprovação de que este trabalho seja publicado nos Anais do 9º PDPETRO.

DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA PARA ANÁLISE LIMITE MECANO-FIABILÍSTICA DE SISTEMAS DE ANCORAGEM

Abstract

The offshore exploration of petroleum, especially in the context of deep and ultra-deep waters, is related to a series of technological challenges, along with complex models for the simulation and mechanical analysis of the highly non-linear behavior of floating units and anchoring systems, for which certain important parameters are difficult to measure or approximate. In this context, this work presents the study, development, and implementation of a limit-analysis static methodology for the reliability-based simulation of the soil embedded portion of mooring systems, as to address part of such problems. The methodology is based on the coupling of an inverse catenary limit analysis model for the portion of the mooring line embedded in the soil, for which the latter is treated as rigid plastic, and a geometrically nonlinear rigid model for the anchor, for which the soil is treated as being perfectly elastoplastic. The failure probability is evaluated by using a crude Monte Carlo simulation, in which the most sensitive parameters of the model are treated as normally distributed random variables, and some failure modes due to the plastification of the soil around the anchor are addressed.

Keywords: Deep water, C++, Inverse-Catenary, Monte Carlo Method.

Introdução

A exploração de petróleo em sistemas offshore, especialmente no contexto de águas profundas e ultraprofundas, carrega consigo alguns importantes desafios tecnológicos. Entre os diversos parâmetros que devem ser controlados, destaca-se a necessidade de restringir os movimentos do sistema flutuante a níveis aceitáveis. A aplicação dessas restrições, em grande parte dos casos, é feita através de sistemas de tracionadores, linhas de ancoragem e ancoradores. As linhas de ancoragem servem de conexão entre o sistema flutuante, cuja dinâmica se deseja limitar, e os ancoradores, fixados ao solo marinho, sendo crucial a análise destes como um todo, preferencialmente de maneira acoplada, para garantir segurança nas operações de exploração (SKOP, 1988; COLLIAT, 2002; CHAKRABARTI, 2005).

Contudo, tal análise é um problema complexo, tanto porque diversos parâmetros do modelo mecânico são suscetíveis a grandes variabilidades oriundas de medições ou hipóteses simplificadores, quanto pela própria natureza não linear do problema, tanto em esfera física (destaca-se aqui o comportamento visco-elasto-plástico do solo) quanto geométrica (oriunda do regime de grandes deslocamentos dos elementos envolvidos), o que gera a necessidade do estudo, desenvolvimento e implementação de estratégias de solução, contexto no qual se insere este trabalho. Nele, desenvolvem-se ferramentas capazes de tratar a âncora, no caso uma estaca torpedo, escolhida por ser comumente empregada para ancoragem em águas profundas, de maneira acoplada com a porção enterrada das linhas, considerando essas variabilidades e não-linearidades citadas nos modelos mecânico e confiabilístico, estes também acoplados. Nominalmente, usa-se, para a estaca, um modelo incremental com 3 graus de liberdade, geometricamente não linear e rígido, sendo o solo tratado através de uma série de elementos elastoplásticos perfeitos a ela conectados. Já a porção enterrada da linha é tratada através de uma formulação em catenária invertida, derivada a partir de uma análise limite, fornecida pelos manuais de práticas recomendadas do DNV (DET NORSKE VERITAS, 2000; 2002). Ainda, as variáveis mais sensíveis do problema são tratadas como aleatórias e de distribuição normal, sendo o modelo confiabilístico associado a elas resolvido através do método de Monte Carlo (ANG e TANG, 2007), juntamente com a construção de alguns modos de falha por plastificação do solo ao redor da âncora.

Formulação Matemática

Para o tratamento da porção enterrada das linhas, utilizou-se a formulação em análise limite sugerida pelos guias de práticas recomendadas RP-E301 e RP-E301 da Det Norske Veritas (2000 e 2002), uma das referências internacionais em engenharia *offshore*. Tal formulação é baseada no trabalho de Vivatrat *et al.* (1982), que considera um modelo 2D baseado na resposta última do solo ao longo de toda a linha (portanto um modelo em análise limite). Com base nesse modelo, a geometria das linhas pode ser definida através de um par acoplado de equações diferenciais ordinárias não lineares de primeira ordem e não homogêneas, sistema esse definido por:

$$\frac{dT}{dz} = f_1(z, \theta) = -q_t(z) \operatorname{cosec}(\theta) - w \quad (1)$$

$$\frac{d\theta}{dz} = f_2(z, \theta, T) = \frac{q_n(z) \operatorname{cosec}(\theta) - w \cotan(\theta)}{T} \quad (2)$$

nas quais T é a tração na linha; $q_t(z)$ e $q_n(z)$ são as reações últimas do solo nas direções tangente e normal à linha, respectivamente, ambas funções da profundidade; θ é o ângulo a direção tangente à linha forma com a direção horizontal; w é o peso próprio da linha por unidade de comprimento e z , a variável independente do problema, refere-se à profundidade de penetração da linha.

As respostas tangenciais e normais últimas do solo, por sua vez, podem ser estimadas através dos parâmetros de resistência não drenada ao cisalhamento e à penetração; propriedades geométricas das linhas, como seus diâmetros; e coeficientes de adesão, cujos valores podem ser retirados do guia em questão. Neste trabalho, consideram-se tais respostas como sendo calculadas através das expressões

$$q_t = \alpha \cdot s_u \cdot A_t \quad (3)$$

$$q_n = N_c \cdot s_u \cdot A_n \quad (4)$$

nas quais α é um fator de adesão, s_u a resistência ao cisalhamento não drenada do solo e N_c um fator de carga. Os valores desses fatores podem ser extraídos do guia em questão. As variáveis A_t e A_n são, respectivamente, as áreas efetivas tangencial e normal por unidade de comprimento consideradas para o cálculo das respostas últimas do solo.

Com base neste modelo, aplicou-se, como técnica de integração, o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, abreviado RK4 (ZILL, 2000). A escolha se deu por sua excelente precisão na obtenção da solução aproximada, mesmo para passos de integração maiores, bem como pela instabilidade apresentada por outras técnicas testadas. A aplicação de RK4 ao sistema de equações diferenciais ordinárias acopladas anteriormente descrito resulta na expressão de recorrência:

$$\begin{Bmatrix} K_{11}^i \\ K_{12}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1^i \\ f_2^i \end{Bmatrix} = \Delta z \begin{Bmatrix} f_1(z^i, \theta^i) \\ f_2(z^i, \theta^i, T^i) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} K_{21}^i \\ K_{22}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1^{i+1/2} \\ f_2^{i+1/2} \end{Bmatrix} = \Delta z \begin{Bmatrix} f_1\left(z^i + \frac{\Delta z}{2}, \theta^i + \frac{K_{12}^i}{2}\right) \\ f_2\left(z^i + \frac{\Delta z}{2}, \theta^i + K_{12}^i, T^i + \frac{K_{11}^i}{2}\right) \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} K_{31}^i \\ K_{32}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1^{i+1/2} \\ f_2^{i+1/2} \end{Bmatrix} = \Delta z \begin{Bmatrix} f_1 \left(z^i + \frac{\Delta z}{2}, \theta^i + \frac{K_{22}^i}{2} \right) \\ f_2 \left(z^i + \frac{\Delta z}{2}, \theta^i + K_{12}^i, T^i + \frac{K_{21}^i}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

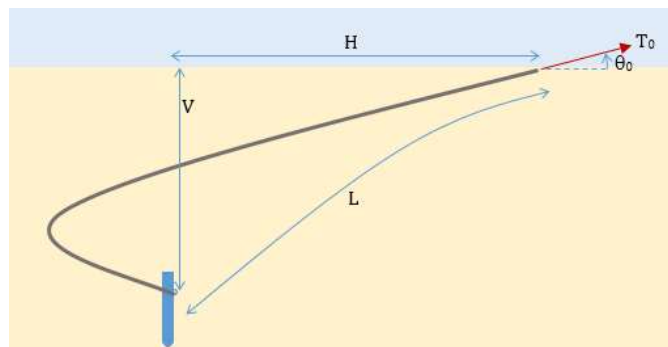
$$\begin{Bmatrix} K_{41}^i \\ K_{42}^i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1^{i+1} \\ f_2^{i+1} \end{Bmatrix} = \Delta z \begin{Bmatrix} f_1(z^i + \Delta z, \theta^i + K_{32}^i) \\ f_2(z^i + \Delta z, \theta^i + K_{12}^i, T^i + K_{31}^i) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} T^{i+1} \\ \theta^{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T^i \\ \theta^i \end{Bmatrix} + \frac{1}{6} \left(\begin{Bmatrix} K_{11}^i \\ K_{12}^i \end{Bmatrix} + 2 \begin{Bmatrix} K_{21}^i \\ K_{22}^i \end{Bmatrix} + 2 \begin{Bmatrix} K_{31}^i \\ K_{32}^i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} K_{41}^i \\ K_{42}^i \end{Bmatrix} \right) \quad (9)$$

que deve ser numericamente integrada até $z = V = (n - 1)\Delta z$, em que V é a profundidade do ancorador, n é o número de pontos em análise e Δz é o espaçamento vertical entre esses pontos. Nesta expressão de recorrência, i é o indexador do ponto corrente, enquanto $i + 1$ define o ponto seguinte, e as constantes K definem interpolações de quarta ordem das grandezas de interesse. Trata-se, portanto, de um problema de valor inicial, onde a tensão e a inclinação na extremidade livre da linha (imediatamente acima do solo) são conhecidas. A partir desses valores iniciais, define-se a configuração completa da linha à medida que ela penetra no solo.

Este modelo, contudo, apresenta um problema: para casos onde o carregamento na linha é muito pequeno em comparação com o comprimento enterrado e a resistência do solo, a mesma gera configurações pouco realistas, onde a linha 'quebra' o plano vertical (Fig. 1), ou mesmo não é capaz de chegar a nenhuma configuração, uma vez que 'espirala', jamais atingindo a profundidade de ancoragem prescrita. Para tratar tal limitação na implementação proposta, no momento em que a linha atinge a posição vertical a mesma é 'forçada' a continuar descendo verticalmente até atingir o ancorador, não realizando a mudança de quadrante. Mais ainda, as reações normais são zeradas desse ponto em diante, restando somente as forças tangenciais, que seguem na intensidade máxima até que a tensão na linha atinja zero, sendo elas, também, consideradas zero desse ponto em diante. Tem-se, portanto, um modelo rígido-plástico, tal que o solo responde apenas em sua capacidade última ou não responde. A adoção de tal modelo rígido-plástico é compatível com os grandes deslocamentos considerados, levando ao comportamento predominantemente plástico do solo, tendo a fase elástica pouca influência na resposta final.

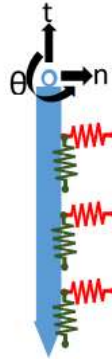
Figura 1 – Representação de uma configuração com 'quebra' do plano vertical



Já para a consideração do comportamento mecânico da âncora, um modelo geometricamente não linear, rígido e com 3 graus de liberdade é escolhido. A aproximação do comportamento da âncora como rígido perfeito é motivada pelo fato de que sua elevadíssima rigidez em comparação com a alta maleabilidade do solo faz com que deformações na mesma sejam negligenciáveis para a resposta global do modelo, podendo ser ignoradas para a simplificação do sistema linear resultante. A Fig. 2 mostra a escolha dos

graus de liberdade na âncora, sendo eles as translações na direção tangencial (t) e normal (n), além de uma rotação (θ) aplicada no ponto em que a mesma se liga à porção enterrada da linha. Também se indica a presença das molas concentradas elastoplásticas perfeitas, que aproximam as respostas axial e normal do solo, respectivamente em verde e vermelho. Considera-se que tais molas mantêm suas orientações normal e axial durante o processo de deslocamento da âncora, feito de maneira incremental.

Figura 2 – Representação esquemática do modelo de âncora



O cálculo da resistência limite dessas molas tem como base o mesmo equacionamento que determina a carga limite axial da porção enterrada da linha, apenas desta vez usando-se os parâmetros geométricos da âncora no lugar, bem como observando-se que tais valores devem ser multiplicados pelo comprimento associado de solo ao longo da estaca que cada mola ‘compacta’. Com base nesse modelo, a contribuição da i -ésima mola na matriz de rigidez da âncora pode ser expressa como

$$\begin{bmatrix} k_t^i & 0 & 0 \\ 0 & k_n^i & k_n^i \cdot (i-1) \cdot \Delta s \\ 0 & k_n^i \cdot (i-1) \cdot \Delta s & k_n^i \cdot (i-1)^2 \cdot \Delta s^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

na qual k_t^i é a rigidez da i -ésima mola na direção tangencial e k_n^i na direção normal, enquanto Δs é a distância entre uma mola e outra. Vale salientar que essa equação considera a primeira mola como estando diretamente conectada ao ponto superior da âncora, onde são aplicadas as prescrições de força, e que as seguintes são todas homogeneamente espaçadas. Com essas considerações, somando-se as contribuições de todas as molas, chega-se ao sistema de equações lineares

$$[K_g] \begin{Bmatrix} \Delta t \\ \Delta n \\ \Delta \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta q_t \\ \Delta q_n \\ \Delta M \end{Bmatrix} \quad (11)$$

no qual Δt , Δn e $\Delta \theta$ são, respectivamente, os incrementos nas posições tangencial, normal e rotacional da âncora, sendo Δq_t , Δq_n e ΔM os incrementos de força. Após a solução de cada sistema linear associado a cada passo da análise incremental, as resistências dos pontos de interesse no solo, a rigor dependente da posição da âncora dentro do mesmo, são atualizadas, bem como a descrição geométrica da âncora e a ocorrência de plastificação nas molas. Neste último caso, quando ocorre a plastificação, daquele passo da análise incremental em diante a rigidez da mola plastificada é considerada nula (ou seja: a mesma não contribui com reação após o ponto de plastificação, como é fisicamente desejado). Dessa maneira, a análise não linear geométrica e física é aproximada por uma sequência de passos lineares. Os carregamentos Δq_t , Δq_n e ΔM podem ser definidos, em termos das ações externas aplicadas na âncora e do peso da mesma, como

$$\begin{Bmatrix} \Delta q_t \\ \Delta q_n \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta V \\ \Delta H \\ \Delta M \end{Bmatrix} \quad (12)$$

na qual ΔV , ΔH e ΔM são incrementos de carregamento nas direções vertical, horizontal e rotacional, respectivamente, sendo γ o ângulo da âncora com relação à vertical. Por fim, tais incrementos podem ser calculados como

$$\begin{Bmatrix} \Delta V \\ \Delta H \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_f \cdot \sin(\beta_f) - W \\ T_f \cdot \cos(\beta_f) \\ -0,5 \cdot W \cdot L \cdot \sin(\gamma) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

na qual T_f é a tensão aplicada no topo da âncora, sendo β_f o ângulo desta com relação à horizontal, valores esses obtidos após a integração da carga aplicada no ponto de mergulho da linha através de todo o comprimento enterrado, sendo seus valores no ponto final da linha subsequentemente aplicados à âncora, e W é o peso total da mesma, considerado aplicado no seu ponto central, sendo L seu comprimento.

Salienta-se que as resistências nas duas extremidades da âncora são consideradas nulas, uma vez que o solo é largamente perturbado nesses pontos, de modo a se estar a favor da segurança. Desconsidera-se ainda os efeitos das aletas por questão de simplicidade, o que subestima ainda mais a capacidade de resistência do ancorador.

Ainda sobre o modelo da âncora, considera-se que a mesma falha quando qualquer das seguintes ocorrências apareçam, simultaneamente ou não: 1) há total plastificação das molas na direção tangencial, não havendo mais, portanto, resistência nessa direção 2) há total plastificação das molas na direção normal, não havendo mais, portanto, resistência nessa direção 3) há perda severa da rigidez rotacional, de modo que a âncora pode girar praticamente sem aumento de esforço.

Por fim, uma vez que tais modos de falha são definidos, parte-se para o modelo confiabilístico utilizado, baseado em uma simulação de Monte-Carlo simples. Para o mesmo, as variáveis que definem o perfil de resistência do solo, o ângulo da âncora com relação à vertical e o ângulo da tração aplicada no ponto de mergulho da linha, bem como o valor dessa tração, são considerados variáveis aleatórias de distribuição normal. Na sequência, um grande número de cenários randômicos são construídos a partir da escolha de valores aleatórios, respeitando tais distribuições, para as variáveis indicadas, consideradas as mais críticas para a análise por apresentarem maior dispersão na prática da engenharia *offshore*, associada à flutuação temporal da força de tração e do ângulo de entrada, e da dificuldade de medição e/ou estimativa dos parâmetros que definem o perfil de resistência do solo. O número de casos em que um dos modos de falha é observado é então dividido pelo número total de casos simulados e tem-se, aproximadamente, a probabilidade de o sistema de ancoragem falhar para tais distribuições, contanto que um número suficientemente grande de casos sejam analisados. Segundo Ang e Tang (2007), o número mínimo de simulações para que a estimativa oriunda do método de Monte-Carlo seja confiável, para um dado erro de medida, pode ser escrito como

$$n_{min} = \frac{1}{COV^2} \cdot \frac{1 - p_f^t}{p_f^t} \quad (14)$$

na qual p_f^t é probabilidade de falha alvo e COV é o coeficiente de variação da probabilidade de falha calculada via Monte-Carlo. Para diversas aplicações práticas de engenharia, admite-se 5% como um valor aceitável de dispersão da resposta.

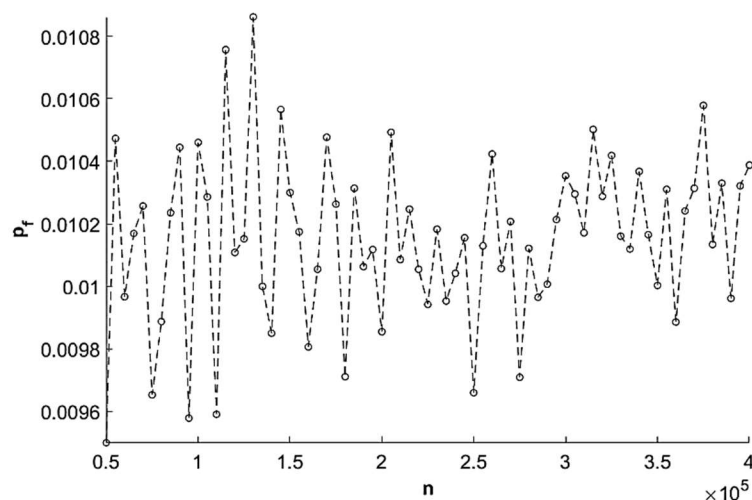
Resultados e Discussão

Para demonstrar a metodologia anteriormente apresentada, as equações discutidas são implementadas na linguagem de programação C++ (STROUSTRUP, 2013; 2014) e um exemplo ilustrativo é apresentado. Tal exemplo é considerado ilustrativo porque, apesar dos valores globais dos parâmetros do sistema serem baseados em um caso de ancoragem realista, as distribuições para as variáveis aleatórias, todas normais e de desvio padrão de 20% de seus valores nominais (à exceção do ângulo do ancorador, que tem desvio padrão de 5°), foram escolhidas arbitrariamente. Salienta-se que é preciso levantar dados para tais distribuições, de forma a amparar a metodologia probabilística.

Tal exemplo ilustrativo é baseado no trabalho de Wang, Guo e Yuan (2010). Nele, os autores consideram uma âncora a uma profundidade de 20 m, peso por unidade de comprimento de 2,52 kN/m, diâmetro nominal de $d = 0,127$ m e áreas efetivas tangenciais e normais de, respectivamente, $2,5 \cdot d$ e $8 \cdot d$, e fator de adesão de 1,0. O perfil do solo apresenta resistência não drenada ao cisalhamento de valor inicial de 6 kPA até 3 m de profundidade, após a qual a resistência cresce a uma taxa de 2,52 kPA/m. Por fim, segundo Degenkamp e Dutta (1989), o fator de capacidade de carga cresce de 5,14 a 7,6 da superfície do solo até uma profundidade de 6 vezes o diâmetro nominal da linha, mantendo-se com este valor final desta profundidade em diante. Já a âncora é considerada como tendo um comprimento de 15 m, um diâmetro de 1,070 m e um peso de 100 tf, todos valores característicos de uma estaca torpedo. Suas áreas normal e tangencial são simplesmente seu diâmetro e seu perímetro, respectivamente. Por fim, adota-se uma tração no ponto de mergulho de valor 10^6 N e ângulo de 45° com a horizontal, estando a âncora a um ângulo inicial de 0° com relação à vertical.

Adotando-se as distribuições normais de desvio padrão de 20% discutidas anteriormente (e de 5° para o caso do ângulo da linha com relação ao ancorador), as probabilidades de falha calculadas via Monte-Carlo são apresentadas na Fig. 3 em um gráfico Número de Simulações *versus* Probabilidades de Falha para diferentes blocos de simulações do método. Observa-se uma probabilidade global de falha do sistema, para este caso ilustrativo, tendendo para a casa dos 1,03%. Investigando-se ainda o resultado destas simulações, nota-se que a falha por perda de rigidez rotacional é a mais comum, um resultado já esperado, correspondendo a quase a mesma probabilidade de ocorrência que a falha global, sendo a probabilidade de ocorrência da falha tangencial de aproximadamente 0,37%. Salienta-se que todos os blocos de simulação, desde os valores mais baixos do número total de simulações do bloco apresentado no gráfico, atendem com sobras ao número mínimo apresentado. Apesar disso, nota-se variabilidade decrescente nas probabilidades de falha calculadas a medida que o número de simulações aumenta, um resultado coerente com a natureza do Método.

Figura 3 – Número de Simulações *versus* Probabilidades de Falha



Conclusões

Neste trabalho, desenvolveu-se um ferramental matemático e metodológico, bem como uma implementação computacional, capaz de fornecer probabilidades estimadas de falha de sistemas de ancoragem levando-se em consideração as porções enterradas das linhas e própria âncora em si, para qual diferentes modos de falha foram definidos. Os resultados apresentaram-se fisicamente coerentes e bem comportados.

Agradecimentos

Ao CNPq e à Petrobras pelo apoio financeiro.

Referências Bibliográficas

ANG, A.; TANG, W. **Probability concepts in engineering: emphasis on applications in civil & environmental engineering**. Wiley, New York, 2007.

CHAKRABARTI, S. K. **Handbook of offshore engineering**, volume 2. Elsevier, 2005.

COLLIAT, J.L. Anchors for Deepwater to Ultradeepwater Moorings. **Proceedings of the 34th Annual Offshore Technology Conference**, Houston, USA, 2002.

DEGENKAMP, G.; DUTTA, A. Soil resistances to embedded anchor chain in soft clay. *Journal of Geotechnical Engineering-ASCE*, vol. 115, no. 10, pp. 1420–1438, 1989.

DET NORSKE VERITAS **Recommended Practice RP-E301: Design and installation of fluke anchors in clay**, 2000.

DET NORSKE VERITAS **Recommended Practice RP-E302: Design and installation of plate anchors in clay**, 2002.

SKOP, R.A. Mooring systems: a state-of-the-art review. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, vol. 110, pp. 365–372, 1988.

STROUSTRUP, B. **Programming: Principles and Practice Using C++**. Addison-Wesley, 2nd edition, 2014.

VIVATRAT, V.; VALENT, P.J.; PONTERIO, A.A. The Influence of Chain Friction on Anchor Pile Design. **Proceedings of the 14th Annual Offshore Technology Conference**, Houston, USA, 1982.

WANG, L.Z.; GUO, Z.; YUAN, F. Three-dimensional interaction between anchor chain and seabed. **Applied Ocean Research**, vol. 32, no. 4, pp. 404–413, 2010.

ZILL, D. G. **A First Course in Differential Equations with Modeling Applications**. Brooks-Cole Belmont, CA, 2000.